ELEMENTI
D' ARITMETICA

DI

FRANCESCO SOAVE

C. R. S.

Ad uso delle Scuole d'Italia.

Trattato il più chiaro preciso e facile onde imparare l'Aritmetica anche senza la voce del Maestro.

PRIMA EDIZIONE NAPOLETANA.

PARTE SECONDA.

NAPOLI 1802.

PRESSO MICHELE MORELLI
Si vende dai Libraj d'Onofrio, Palma, e Turris alla strada di S. Liguoro.
Con licenza de' Superiori.

ELEMENTI D' ARITMETICA

PARTE SECONDA.

INTRODUZIONE.

NOn v'ha forse Nazione, in cui l'aritmetica, e singolarmente quella parte che chiamasi *Aritmetica superiore*, sia stata sì coltivata come in Italia. I dotti e voluminosi trattati del *Tartaglia*, del *Foglietta*, del P. *Carisio*, del *Zanata*, del *Zucchetta*, del P. *Bonaventura da Guastalla*, di Fra *Luca del Borgo*, del P. *Alessandro*, del *Bassi*, del *Figatelli*, di *Giuseppe Antonio Alberti*, dell'*Astronomo Lombardo*, e di tant' altri, ne fanno amplissima fede. E certo a questi Uomini benemeriti principalmente noi siamo tenuti de' molti progressi che ha fatto quest' arte per se nobilissima, e sì importante all' umano commercio.

Due incomodi però, oltre a quello della soverchia mole, incontransi per lo più in quegli ampj trattati, l'uno che procedendosi in essi più per casi, e per quesiti particolari, che per regole generali, ove insorga un nuovo caso o presentisi un quesito alquanto diverso da quelli, difficilmente i Giovani studiosi da se medesimi ne san trova-

re lo scioglimento; l' altro che essendosi per lo più i loro Autori contentati di mostrare la pratica delle operazioni, senza renderne la ragione, i Giovani vengono con ciò ad apprendere le operazioni più per una specie di meccanismo, che fondatamente; e senza un continuo esercizio difficilmente le possono ritenere per lungo tempo.

A questi due incomodi noi abbiam quì cercato di riparare, per quanto abbiamo potuto, e col premettere, ovunque ci è sembrato o necessario, o conveniente, le regole generali avanti di farne l' applicazione a' casi particolari; e con rendere la ragione di ogni cosa, dovunque abbiamo potuto farlo, senza entrare in discussioni, che tolte o dalla Metafisica più sottile, o dalle più astruse Matematiche, sarebbero state di troppo superiori all' intelligenza dei Giovani, per cui questi Elementi son destinati.

E siccome alla chiarezza ed alla facilità nulla più contribuisce, che il retto ordine e l' opportuna distribuzione delle materie; così primieramente a varie classi generali abbiam procurato di ridurre i moltissimi, e tra lor diversissimi oggetti che all' Aritmetica superiore appartengono, collocando poscia distintamente sotto ciascuna classe, come in propria sede, tutti quelli che ci sono sembrati aver fra loro maggiore relazione. Tutto ciò fu da noi distribuito in otto Sezioni. Le prime cinque si avranno in questa seconda parte. Le altre tre uni-

ta-

tamente al supplemento di cui si parlerà in appresso comprenderansi nella terza.

Nella 1. Sezione esporremo tutte le regole che riguardano le Frazioni.

Nella 2. tratteremo delle regole di Proporzione e semplice e composta, e moltiplice; e nella composta distingueremo non sol la diretta e l' inversa, ma anche la mista, che da molti è stata confusa coll' inversa e colla moltiplice.

Nella 3 si parlerà dei Conti d'Annualità e d' interessi, e sotto a questa classe ridurremo non solo il merito, e lo sconto così semplice come doppio, ma anche i conti scalari, i conti di locazione, e gli adequati così semplici, come composti tanto d' interesse e di tempo, quanto di crediti e debiti vicendevoli.

La 4. abbraccerà i Conti Mercantili di maggior uso, vale a dire i varj modi di calcolare il guadagno o la perdita sopra le merci, e il maggiore o minor vantaggio dell' una a confronto dell' altra · i conti da farsi sopra alle merci soggette a calo o a spese, e sopra quelle che son comperate, o vendute a respiro; la maniera di trovar l' adequato, o il prezzo medio fra più merci diverse di quantità, e di prezzo; la regola per le tare, i doni, i ribassi, le senserie, e le provigioni; i confronti e ragguagli delle monete; i confronti e ragguagli dei prezzi con diversi pesi o misure, e diverso valor di monete; e per ultimo i baratti.

Nella 5 si tratterà de' Conti di Società e de' Riparti, considerando prima le società mercantili in genere, indi particolarmente quelle di appalti, di concorsi ne' fallimenti, di eredità, di locazioni, le società rurali, e i riparti nelle spese, e ne' carichi d'ogni specie.

La 6 con cui incomincerà la terza parte sarà per le Alligazioni, ossia Mescolanze così delle merci come de' metalli.

La 7. per le False Posizioni e semplici e doppie.

L' 8. finalmente per le Progressioni aritmetiche.

Per dare un trattato compiuto ci resterebbe a parlare del calcolo delle Frazioni o Parti decimali, della formazione delle Potenze ed estrazione delle Radici, delle Progressioni geometriche, e de' Cambj. Ma siccome i tre primi oggetti nell' Aritmetica pratica son di rarissimo uso; così abbiam creduto più opportuno il trattarne in un Supplemento che si troverà in fine alla suddetta terza parte. Rispetto ai Cambj noi qualche cenno abbiamo fatto ne' Conti mercantili di varie cose che ad essi appartengono. Ma come essi formano, per così dire, una scienza particolare, e a volerne trattare compiutamente un grosso volume richiederebbono per se soli, così ce ne siamo astenuti.

Il linguaggio ed i segni che qui abbiamo usato per ordinario, non son che quel-

li

li che s' usano più comunemente dagli Aritmetici. Contuttociò siccome qualche volta per brevità abbiamo anche fatto uso di alcun di que' segni che sono stati introdotti dagli Algebristi; così quì ne premetteremo la spiegazione.

Il segno +, che dicesì *più*, significa addizione, così 3 + 6 vuol dir tre più sei ossia 9.

Il segno —, che si pronunzia *meno*, significa sottrazione; così 6 — 2 vuol dire sei meno due, ossia 4.

Il segno × significa moltiplicazioni; così 3 × 6 vuol dire tre moltiplicato per sei, ovvero 18.

Il segno : significa divisione; così 6 : 3 vuol dire sei diviso per tre, ossia 2.

Finalmente il segno = significa egualianza; così 3 + 4 = 5 + 2 vuol dire che tre più quattro è eguale a cinque più due.

SEZIONE I.

Delle Frazioni.

IN quella guisa che *numeri interi* si dicon quelli che esprimono unità intere, come due lire, tre, quattro ec., così *numeri rotti* o *frazioni* si chiamano quelli ch' esprimono diverse parti dell' unità divisa in parti egua-

li, come una metà, due terzi, tre quarti, quattro quinti ec. di una lira.

Le frazioni si scrivono con due numeri l'un sotto all'altro separati da una lineetta orizzontale, come $\frac{1}{2}$ un mezzo, o una metà; $\frac{2}{3}$ due terzi; $\frac{3}{4}$ tre quarti; $\frac{4}{5}$ quattro quinti; $\frac{5}{12}$ cinque dodicesimi; $\frac{26}{100}$ ventisei centesimi ec.

Il numero che è sotto alla lineetta si chiama *denominatore*, ed esprime in quante parti eguali si suppone divisa l'unità: quello che è sopra alla lineetta si chiama *numeratore*, ed esprime quante di queste parti si prendano. Così $\frac{3}{4}$ di un braccio vuol dire che il Braccio si suppone diviso in quattro parti eguali, e che di queste parti se ne prendono tre.

CAPO I.

Diverse specie di Frazioni, e modo di conoscerle.

LE frazioni si distinguono in proprie, improprie, e miste.

Proprie son quelle ch'esprimono un numero realmente minore dell'unità, come $\frac{3}{4}$ d'un Braccio, dove manca $\frac{1}{4}$ a formare il Braccio intero.

Improprie son quelle che equivalgono ad una o più unità intere senza alcun rotto, come $\frac{3}{3}$ o $\frac{4}{4}$ di un Braccio, che formano un Braccio intero; $\frac{6}{3}$ o $\frac{8}{4}$ che formano 2 Braccia ec.

Miste son quelle che equivalgono ad uno o più interi con qualche rotto, come $\frac{7}{3}$ di un Braccio che formano 2 Braccia e $\frac{1}{3}$.

Per distinguere facilmente se le frazioni sono proprie, improprie, o miste, si confronti il loro numeratore col denominatore.

Sono *proprie* quando il numeratore è minore del denominatore, come $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{17}$.

Improprie quando il numeratore contiene il denominatore una o più volte senza residuo, come $\frac{3}{3}$, $\frac{12}{6}$.

Miste quando il nominatore contiene una o più volte il denominatore con qualche residuo, come $\frac{4}{3}$, $\frac{14}{6}$.

CAPO II.

Ridurre un intero a Frazione.

Nelle operazioni che si fanno con numeri interi e rotti, occorre spesse volte di dover risolvere un numero intero in una frazione.

Per far questo senza alterare il valore del numero (il che si deve sempre aver di mira), quando non sia fissato il denominatore, basta sotto all'intero scrivere un'unità. Così $\frac{4}{1}$ sarà lo stesso che 4; perchè $\frac{4}{1}$ significa 4 diviso per 1, che resta 4.

Se poi è dato il denominatore, conviene moltiplicare il numero intero per questo denominatore, e sotto al prodotto scrivere il denominatore medesimo. Così volendo ridurre 8 Braccia a tanti terzi, si moltipli-

 ca

ca l'8 per 3, che dà 24, e sotto a questo si scrive 3, cioè $\frac{24}{3}$ che equivale agli 8 interi.

Se il numero intero è accompagnato da qualche frazione, si ridurrà il tutto ad una sola frazione col moltiplicare il numero intero pel denominatore della frazione, e aggiungere al prodotto il numeratore della medesima. Così Braccia 8 $\frac{2}{3}$ faranno $\frac{24}{3}$ più $\frac{2}{3}$, ossia $\frac{26}{3}$.

CAPO III.

Ridurre più frazioni ad uno stesso denominatore.

PEr sommare e sottrarre le frazioni è necessario che abbian tutte lo stesso denominatore.

Prima però di spiegare come si possano più frazioni di diversa denominazione ridurre allo stesso denominatore, convien premettere che il valore di una frazione non si cambia punto, qualora si moltiplichi, o si divida per uno stesso numero tanto il numeratore, quanto il denominatore della medesima. Così dalla frazione $\frac{1}{4}$, moltiplicando il numeratore e il denominatore per 2. si avranno $\frac{2}{8}$, che equivalgono come prima ad $\frac{1}{4}$: parimente dividendo per 3 il numeratore, e il denominatore della frazione $\frac{3}{6}$ si ha $\frac{1}{2}$ che equivale a $\frac{3}{6}$.

Ciò posto per ridurre allo stesso denominatore due frazioni di denominazione diver-

versa basta moltiplicare il numeratore e denominatore della prima pel denominatore della seconda, e il numeratore e denominatore della seconda pel denominatore della prima. Così dati $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$, moltiplicando 2 e 3 per 5 avremo $\frac{10}{15}$ equivalenti a $\frac{2}{3}$, e moltiplicando 4 e 5 per 3 avremo $\frac{12}{15}$ equivalenti a $\frac{4}{5}$.

Questa operazione si fa pure in altro modo, moltiplicando in croce il numeratore della prima pel denominatore della seconda, e viceversa, onde avere i due nuovi numeratori, e quindi moltiplicando i due denominatori fra se per aver il comune denominatore. In questa guisa da $\frac{2}{3}$, e $\frac{4}{5}$ risulteranno pur come sopra $\frac{10}{15}$ e $\frac{12}{15}$.

Se le frazioni son più di due, per avere il denominatore comune si moltiplican tutti i denominatori fra loro, e per avere il numeratore di ciascuna, si moltiplica il suo numeratore pei denominatori di tutte l' altre. Così le tre frazioni $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{8}$, si ridurranno alle frazioni seguenti $\frac{112}{168}$, $\frac{144}{168}$, $\frac{105}{168}$.

Allorchè due o più frazioni sono ridotte allo stesso denominatore, è facile il conoscere dai numeratori di quanto una sia maggiore dell' altra. Quindi ricavasi, che volendo a cagion d' esempio sapere qual differenza passi fra $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{7}$, e $\frac{5}{8}$, non si avrà a far altro, che ridurle come poc' anzi allo stesso denominatore.

CAPO IV.

Sommare le frazioni.

PEr sommare le frazioni:

1. Se hanno tutte lo stesso denominatore, basta sommare insieme i numeratori, e sotto questa somma scrivere il denominatore comune. Così le frazioni $\frac{5}{20}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{19}{20}$ di una lira sommate insieme daranno $\frac{32}{20}$, ossia 1 $\frac{12}{20}$, cioè una lira, e 12 soldi.

2. Se le frazioni son di diverso denominatore, come nell' esempio succennato $\frac{2}{5}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{8}$, converrà prima ridurle allo stesso denominatore, il che darà come sopra $\frac{112}{168}$, $\frac{144}{168}$, $\frac{105}{168}$, indi sommare i numeratori, e scrivere sotto queste somme il comune denominatore trovato. Così queste frazioni sommate daranno $\frac{361}{168}$; ossia 2 $\frac{25}{168}$.

3. Se le quantità da sommarsi saranno miste, si farà prima la somma delle frazioni ridotte allo stesso denominatore, e se tal somma conterà qualche numero intero, ei si aggiungerà alla somma degli altri interi. Così 5 $\frac{2}{3}$, più 6 $\frac{2}{4}$, daranno 5 $\frac{8}{12}$, più 6 $\frac{6}{12}$, ossia 12 $\frac{2}{12}$.

CAPO V.

Sottrarre le frazioni.

PEr sottrarre una frazione da un' altra.

1. Se hanno lo stesso denominatore altro non deve farsi che sottrarre un numeratore dall' altro. Così levando $\frac{3}{10}$ da $\frac{7}{10}$ avremo per residuo $\frac{4}{10}$.

2. Se

2. Se il denominatore è diverso, converrà prima ridurre amendue le frazioni allo stesso denominatore, indi far la sottrazione de' numeratori. Così le due frazioni $\frac{6}{9}$, e $\frac{11}{13}$ ridotte allo stesso denominatore daranno $\frac{78}{117}$, e $\frac{99}{117}$, e sottratta la prima dalla seconda avrem per residuo $\frac{21}{117}$.

3. Se occorrerà di sottrarre una frazione da un intero, per esempio se da Braccia tre si avrà a levare $\frac{1}{4}$ di Braccio, si dovrà prima un'unità dell'intero risolvere in una frazione dello stesso denominatore, che quì darà Braccia 2 $\frac{4}{4}$, indi far la sottrazione che darà per residuo Braccia 2 $\frac{3}{4}$.

4. Se si avrà a sottrarre una frazione da un numero misto d'interi e rotti, per esempio se da B. 2 $\frac{3}{4}$ si avranno levare $\frac{5}{6}$ di un Braccio, si cominceranno a ridurre le due frazioni allo stesso denominatore, che quì per B. 2 $\frac{3}{4}$ darà B. 2 $\frac{18}{24}$, e per $\frac{5}{6}$ darà $\frac{20}{24}$; poi non potendosi $\frac{20}{24}$ sottrarre da $\frac{18}{24}$, converrà dalle B. 2 prenderne uno, e risolverlo in $\frac{24}{24}$, che aggiunti ai $\frac{18}{24}$ faranno B. 1 $\frac{42}{24}$, e sottraendo poi $\frac{20}{24}$ avrem per residuo B. 1 $\frac{22}{24}$.

CAPO VI.

Moltiplicare le Frazioni.

IL moltiplicare un numero intero per una frazione vuol dire prendere tanta parte dell'intero, quanta è la frazione. Così il moltiplicare 8 per $\frac{1}{4}$ significa prendere la quarta parte di 8 che è 2.

Si-

Similmente il moltiplicare una frazione per un'altra vuol dire prendere tanta parte della prima frazione, quanta è la seconda. Così il moltiplicatore $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{2}$ significa prendere la metà di $\frac{2}{3}$ che è $\frac{1}{3}$.

Quindi è, che laddove nella moltiplicazione de' numeri interi il prodotto è sempre o uguale, o maggiore del moltiplicando, perchè il moltiplicatore a cagion d'esempio 8 per 1, vuol dire prendere l'8 una volta, il moltiplicare 8 per 4 vuol dire prendere l'8 quattro volte; al contrario nella moltiplicazione de' numeri rotti il prodotto è sempre minore del moltiplicando, perchè il moltiplicare 8 per $\frac{1}{2}$ significa prendere l'8 meno di una volta, cioè una mezza volta soltanto, il moltiplicare 8 per $\frac{1}{4}$ significa prendere l'8 la quarta parte di una volta, ossia come abbiam detto di sopra, vuol dire prendere la quarta parte di 8.

Ora 1. dovendo moltiplicare un numero intero per una frazione, la regola generale si è di moltiplicare il numero intero pel numeratore della frazione, e sotto al prodotto scrivere il denominatore della medesima. Così moltiplicando 8 per $\frac{1}{4}$ avremo $\frac{8}{4}$, equivalenti a 2; moltiplicando 9 per $\frac{2}{3}$ avremo $\frac{18}{3}$ equivalenti a 6.

La ragione di questa operazione si è, che nel primo esempio moltiplicando l'8 per 1, si ha un prodotto quattro volte maggiore del vero, perchè l'8 non doveva moltiplicarsi che per la quarta parte di uno: affine

fine adunque di ridurre questo prodotto al suo giusto valore, conviene prenderne il quarto, ossia dividerlo per 4, scrivendo $\frac{8}{4}$, che significa appunto 8 diviso per 4. Lo stesso dicasi della moltiplicazione di 9 per $\frac{2}{3}$.

2. Dovendo moltiplicare una frazione per un' altra, la regola si è di moltiplicar prima i numeratori fra loro, e si ha il numerator del prodotto; indi moltiplicare fra loro i denominatori, e si ha il denominator del prodotto. Così moltiplicando $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{2}$ avremo $\frac{2}{6}$ equivalenti a $\frac{1}{3}$; moltiplicando $\frac{3}{4}$ per $\frac{2}{5}$ avremo $\frac{6}{20}$ equivalenti a $\frac{3}{10}$ ec.

La ragione qui pure non è difficile a comprendersi: poichè nel primo esempio se io dovessi moltiplicare solamente 2 per $\frac{1}{2}$, il prodotto sarebbe $\frac{2}{2}$, ma dovendo io per $\frac{1}{2}$ moltiplicare $\frac{2}{3}$, cioè 2 diviso per 3, conviene che il prodotto $\frac{2}{2}$, (che è risultato dalla moltiplicazione di 2 per $\frac{1}{2}$) sia poi diviso per 3, e la maniera di dividere $\frac{2}{2}$ per 3 è appunto quella di moltiplicare il 3 pel denominatore 2 (come vedremo nel capo seguente) il che dà $\frac{2}{6}$.

3. Coll' anzidetta regola si moltiplicherà facilmente qualunque numero di frazioni. Così

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{24}{60}.$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{60}{630}.$$

4. Se avrannosi a moltiplicare de' numeri interi, o delle frazioni per numeri misti d' interi e rotti, converrà prima ridurre a frazioni i numeri misti, indi si procederà

come sopra, moltiplicando i numeratori, e i denominatori fra loro. Eccone alcuni esempj:

I. $4 \times 2\frac{1}{3} = 4 \times \frac{7}{3} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$

II. $\frac{2}{7} \times 4\frac{2}{5} = \frac{2}{7} \times \frac{14}{3} = \frac{29}{21} = 1\frac{7}{21}$

III. $1\frac{1}{5} \times 2\frac{3}{4} = \frac{6}{5} \times \frac{11}{4} = \frac{66}{20} = 3\frac{6}{20}$

C A P O VII.

Dividere le frazioni.

SIccome la divisione è contraria alla moltiplicazione, così in essa procedesi con un modo contrario; e laddove col moltiplicare un numero per una frazione il prodotto riesce sempre minore del moltiplicando, all'incontro col dividere un numero per una frazione, il quoto riesce sempre maggiore del dividendo: della qual cosa or ora si vedrà la ragione.

In 1. luogo adunque allorchè abbiasi a dividere un numero intero per una frazione, la regola si è di moltiplicare l'intero pel denominatore della frazione, e scrivervi sotto il numeratore della medesima. Così dividendo 8 per $\frac{2}{3}$ avremo per quoto $\frac{24}{2}$, ossia 12; dividendo 6 per $\frac{3}{5}$ avremo $\frac{30}{3}$, ossia 10.

La ragione si è, che se nel primo esempio si dividesse l'8 per 2, il quoto 4 sarebbe tre volte minore del vero, dovendosi qui l'8 dividere solamente pel terzo di 2. Affine adunque di ridur questo quoto al suo giusto valore, conviene moltiplicarlo per

per 3, il che dà 12 come sopra. Lo stesso dicasi della divisione di 6 per 3/[illegible].

Di quì è che il dividere un numero per una frazione si riduce a moltiplicar questo numero pel denominatore della frazione, e dividerlo pel suo numeratore; cosicchè questa operazione può cambiarsi in una moltiplica, qualora la frazione che serve di divisore, si scriva al contrario, mettendo il denominatore in luogo del numeratore, e viceversa. Così se invece di dividere 8 per $\frac{2}{3}$, moltiplicheremo 8 per $\frac{3}{2}$, avremo, come sopra, per risultato $\frac{24}{2}$, ossia 12.

Quindi è in 2. luogo, che dovendo invece dividere una frazione per un numero intero, si lascerà intatto il numeratore della frazione, e sotto al medesimo si scriverà il prodotto del suo denominatore moltiplicato pel numero intero. Così dividendo $\frac{2}{3}$ per 4, si avrà per quoto $\frac{2}{12}$. Infatti, scrivasi anche il divisore a modo di frazione, e sarà $\frac{4}{1}$. Si scambi in questa frazione il numeratore col denominatore, e diventerà $\frac{1}{4}$. Si moltiplichi ora $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{4}$ secondo la regola pocanzi accennata; e avremo $\frac{2}{12}$ come sopra.

3. Avendo a dividere una frazione per un'altra, basta moltiplicare in croce il numeratore del dividendo pel denominatore del divisore, e si ha il numeratore del quoto, poi moltiplicare il numeratore del divisore pel denominatore del dividendo, e si ha il denominatore del quoto. Così dividen-

videndo $\frac{3}{4}$ per $\frac{2}{3}$, il quoto sarà $\frac{9}{8}$. Diffatti scrivendo come sopra nel divisore $\frac{3}{2}$ in luogo di $\frac{2}{3}$, e poi moltiplicando $\frac{3}{4}$ per $\frac{3}{2}$, ne risulseranno egualmente $\frac{9}{8}$.

4. Se il numeratore, e il denominatore del dividendo saranno esattamente divisibili pel numeratore e denominatore del divisore, basterà allora dividere a dirittura gli uni per gli altri. Così dalla divisione di $\frac{8}{15}$ per $\frac{2}{3}$ si avrà per quoto $\frac{4}{5}$. Ed infatti anche eseguendo la divisione giusta le regole precedenti il quoto sarà $\frac{24}{30}$, che appunto equivalgono a $\frac{4}{5}$, come si vedrà nel Capo seguente.

5. Se il dividendo, e il divisore avranno amendue lo stesso denominatore, basterà cancellando il denominatore comune, dividere i numeratori un per l' altro. Imperocchè secondo la precedente regola dividendo a cagion d' esempio $\frac{15}{16}$ per $\frac{5}{16}$ il quoto sarebbe $\frac{3}{1}$ equivalente a 3, che è appunto il quoto della divisione di 15 per 5. Se i due numeratori non son tra loro esattamente divisibili, si scrive allora il numeratore del divisore sotto a quello del dividendo. Così dalla divisione di $\frac{15}{16}$ per $\frac{4}{16}$ si avrà punto $\frac{15}{4}$ equivalente a $3\frac{3}{4}$.

6. Se il dividendo, o il divisore, o amendue saranno misti d' interi e rotti, i numeri misti si ridurranno prima a frazione, indi si procederà giusta le regole sopraccennate, come ne' seguenti esempj:

I.

I. $9\frac{1}{3} : 4 = \frac{28}{3} : 4 = \frac{28}{12} = 2\frac{4}{12}$

II. $8 : 3\frac{1}{3} = 8 : \frac{10}{3} = \frac{24}{10} = 2\frac{4}{10}$

III. $1\frac{4}{21} : \frac{2}{7} = \frac{25}{21} : \frac{2}{7} = \frac{175}{42} = 4\frac{7}{42}$

IV. $2\frac{3}{4} : \frac{3}{3} = \frac{11}{4} : \frac{8}{5} = \frac{55}{32} = 1\frac{23}{32}$.

C A P O VIII.

Ridurre le Frazioni a' minimi termini, volgarmente schizzare i rotti.

Giova moltissimo per la maggior brevità e facilità delle operazioni il poter ridurre le frazioni che hanno numeratori e denominatori troppo alti, ad una espressione minore; oltrechè assai più facile è per esempio il concepire che cosa sia $\frac{1}{3}$ di quello che $\frac{25}{75}$ di un braccio, o d' una lira, e di un moggio ec. benchè le due frazioni equivalgono allo stesso.

Or la regola per ridurre le frazioni ai minimi termini si è di dividere il numeratore, quanto il denominatore per un medesimo numero; giacchè il valore della frazione non cambiasi, come si è detto a pag. 9, qualora per un medesimo numero o si moltiplichi o si divida numeratore, e denominatore.

Questa riduzione poi si può fare in due modi, 1 dividendo successivamente numeratore, e denominatore per 2, per 3 ec, finchè si trova numero, per cui siano esattamente divisibili amendue. Così dividendo per 2, la frazione $\frac{24}{36}$ si ridurrà a $\frac{12}{18}$, questa a $\frac{6}{9}$, e dividendo per 3 i $\frac{6}{9}$ si ridurranno a $\frac{2}{3}$.

2.

2. Cercando il massimo comun divisore, e per esso dividendo poi tanto il numeratore, quanto il denominatore. Per trovare il massimo comun divisore si comincia a dividere il denominatore pel numeratore; poi (senza far conto dei quoto), se avanza residuo, per questo si divide il numeratore; se avanza altro residuo si divide per esso il residuo precedente; e così si continua, finchè o il residuo sia un' unità, il che sarà indizio che la frazione non è riducibile ad espressione minore, o non avanzi più niun residuo, nel qual caso l' ultimo divisore sarà il massimo ricercato.

Sia per esempio la frazione $\frac{33}{55}$. Dividendo 55 per 33 avremo 1 per quoto, e 22 di residuo; dividendo 33 per 22, avremo similmente 1 per quoto, e 11 di residuo; dividendo 22 per 11 avremo 2 per quoto senza residuo. L' ultimo divisore 11 sarà dunque il massimo ricercato, e divisi per esso il numeratore, e il denominatore della data frazione $\frac{33}{55}$, si ridurrà a $\frac{3}{5}$.

Per farne la prova si divide una frazione per l' altra moltiplicando in croce il numeratore dell' una pel denominatore dell' altra (il che qui chiamasi *bilanciare i rotti*); e se i due prodotti riescono eguali, ciò è segno che la riduzione è ben fatta. Così dividendo $\frac{33}{55}$ per $\frac{3}{5}$ in quoto sarà $\frac{165}{165}$; e come questo è eguale ad 1, così mostrerà che le due frazioni $\frac{33}{55}$, e $\frac{3}{5}$ sono eguali fra loro, giacchè dividendo un per l' altro due

due numeri eguali, come 4 per 4, il quoto necessariamente deve esser 1, e viceversa.

Se invece di $\frac{38}{95}$ la frazione fosse $\frac{34}{55}$, il primo residuo sarebbe 21, il secondo 13, il terzo 8, il quarto 5, il quinto 3, il sesto 2, il settimo 1, il che mostrerebbe che i numeri 34 e 55 non hanno altro comun divisore che l' unità, nel qual caso si chiamano *numeri primi fra loro*, e che perciò la suddetta frazione non può ridursi a denominazione minore.

CAPO IX.

Trovar tutti i divisori di un dato numero.

Sia per esempio il numero 144, di cui si cerchino tutti i divisori. Si cominci a dividerlo per tutti i numeri semplici 1, 2, 3, ec. spingendo la divisione per uno stesso numero fin dove è possibile, e notando di mano in mano i quoti a sinistra, e a destra i divisori, sinchè per ultimo quoto riesca l' unità.

Dividendo adunque 144 per 1, il quoto sarà 144; dividendolo per 2, il quoto sarà 72, dividendo questo per 2, il quoto sarà 36; dividendo pur questo per 2, il quoto sarà 18, dividendo anche questo per 2, il quoto sarà 9, che non è più divisibile esattamente per 2. Si divida

Quoti	Divisori
144	1
72	2
36	2
18	2
9	2
3	3
1	3

CAPO X.

Trovar il minimo numero esattamente divisibile per più numeri dati, volgarmente detto accattare.

QUando basti l'aver un numero qualunque che pei dati numeri sia divisibile esattamente, egli è subito trovato, moltiplicando fra loro gli stessi numeri dati. Così se uno cercasse un numero divisibile esattamente per 4, per 6, e per 10; moltiplicando 4 per 6 avrà 24, e moltiplicando questo per 10 avrà 240, che si potrà esattamente dividere pei detti numeri 4, 6, e 10.

Ma se ricercasi il minor numero, che sia divisibile esattamente pei numeri dati, allora convien procedere in altro modo.

Sian dati gli stessi numeri 4, 6, e 10, e ricerchisi il minor numero divisibile pei medesimi. Si cominci a trovare fra i primi due numeri 4 e 6 il massimo comun divisore che è 2, e per questo dividasi il primo numero 4, che darà 2 per quoto. Si moltiplichi per questo quoto il secondo numero 6, e fra il prodotto 12, e il terzo numero 10 si cerchi come sopra il massimo comun divisore che sarà 2 parimente. Si divida per questo il prodotto 12, e il quoto 6 si moltiplichi pel terzo numero 10: il prodotto 60 sarà il minor numero ricercato esattamente divisibile per 4, 6, e 10.

Se i dati numeri fossero quattro, cinque, sei, o più ancora, l'operazione s'andrebbe sempre continuando allo stesso modo, e l'ultimo quoto moltiplicato per l'ultimo dei dati numeri fornirà il numero che si ricerca.

CAPO XI.

Ridurre le frazioni di frazioni ad una sola espressione.

IN quella guisa che le frazioni semplici esprimono le parti di un intero, così le frazioni di frazioni esprimono le parti delle frazioni. Così per esempio $\frac{2}{3}$ di una libbra piccola significano che divisa la libbra piccola in 3 parti eguali, di queste se ne pigliano 2, che formano once 8; e $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{3}$, significano che divisi i $\frac{2}{3}$, o le once 8 in 4 parti, di queste se ne pigliano 3 che fanno once 6, o $\frac{1}{2}$ libbra.

Da questa spiegazione abbastanza rilevasi il modo con cui una frazione di frazione può ridursi ad una sola espressione. Basta moltiplicar fra loro le due frazioni, vale a dire moltiplicare numeratore per numeratore, e denominatore per denominatore. Così nell' esempio succennato moltiplicando $\frac{3}{4}$ per $\frac{2}{3}$ avremo $\frac{6}{12}$ eguali ad $\frac{1}{2}$.

Se le frazioni saranno tre, come $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{3}$ di $\frac{5}{6}$ di una libbra piccola, si cominceranno a moltiplicare le due prime nel modo sopradetto; poi il loro prodotto che è $\frac{6}{12}$ o $\frac{1}{2}$, si moltiplicherà colla terza $\frac{5}{6}$; e per la fra-

frazione ricercata si avran $\frac{5}{12}$. Infatti se di una libbra piccola si prenderan $\frac{5}{6}$ che son 10 once, e poi di queste si prenderà la metà, avremo $\frac{5}{12}$ della libbra, ossia 5 once.

Collo stesso metodo di mano in mano potrannosi ridurre quante frazioni si vogliano ad una sola.

CAPO XII.

Sommare le frazioni di frazioni, volgarmente infilzare, o innestare i rotti.

IN questa operazione convien distinguere due casi: 1. quando la frazione seguente è parte di tutta la frazione precedente: 2. quando la frazione seguente è parte di una sola unità della precedente.

1. caso. Sian date da sommarsi insieme, o da innestarsi le tre frazioni: $\frac{1}{2}$ braccio, $\frac{3}{4}$ del detto mezzo braccio, e $\frac{1}{3}$ di questi tre quarti.

E' chiaro che essendo il mezzo braccio eguale a 6 once, i $\frac{3}{4}$ di 6 once eguali a once 4 $\frac{1}{2}$, e il terzo di once 4 $\frac{1}{2}$ eguale a once 1 $\frac{1}{2}$, sommate insieme queste quantità formeranno once 12, ossia un braccio intero.

Per vedere come abbiasi il medesimo risultato operando colle frazioni, si scriva prima il $\frac{1}{2}$ braccio; poi si riducano ad una sola espressione i $\frac{3}{4}$ di $\frac{1}{2}$ braccio; che daranno $\frac{3}{8}$, ed il $\frac{1}{3}$ di $\frac{3}{8}$, che sarà $\frac{3}{24}$. Le frazioni da sommarsi saranno adunque $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, e

$\frac{3}{8}$, e $\frac{3}{24}$, le quali ridotte allo ſteſſo denominatore daranno $\frac{192}{384}$, $\frac{144}{384}$, e $\frac{48}{384}$; e sommáte insieme formeranno $\frac{384}{384} = 1$, cioè ad 1 braccio.

Queſta operazione può anche farſi ad un tratto solo nel modo seguente:

Scritta a ſiniſtra la frazione primaria, e di mano in mano verso alla deſtra le susseguenti, secondo che nascono l' una dall' altra, cioè $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, si moltiplichi il numeratore della prima col denominatore della seconda, e al loro prodotto che sarà 4, si aggiunga il prodotto dei due numeratori che sarà 3, e sommato con 4 darà 7. Queſto risultato si moltiplici col denominatore della terza, e al prodotto che sarà 21, si aggiunga il prodotto dei due primi numeratori col terzo, che quì reſterà 3, e aggiunto a 21 darà 24. Queſto sarà il numeratore della nuova frazione.

Per trovare il denominatore si moltiplichin l' uno per l' altro i tre denominatori, che daran 24.

Le tre frazioni inneſtate formeranno adunque $\frac{24}{24} = 1$ come ſopra.

Se le frazioni propoſte foſſero più di tre, si proseguirebbe allo ſteſſo modo per trovare il numeratore della lor somma; e il denominatore si avrebbe moltiplicando fra loro tutti i denominatori.

II. caso. Sian date da sommarsi, o inneſtarsi le tre frazioni $\frac{4}{5}$ di una lira, $\frac{3}{4}$ di un quinto della medesima, e $\frac{1}{2}$ di un quarto di queſto quinto. E

E' chiaro che essendo il quinto di una lira eguale a 4 soldi, $\frac{4}{5}$ della medesima saranno 16 soldi; $\frac{3}{4}$ di un quinto saranno 3 soldi; e la metà di un quarto del quinto, il quale è un soldo, darà $\frac{1}{2}$ soldo. La somma totale adunque sarà di soldi 19 $\frac{1}{2}$.

Per trovar questa somma a un tratto solo colle frazioni, si scrivano come sopra cominciando dalla primaria a sinistra, e proseguendo a destra di mano in mano coll' altre, cioè $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$.

Quindi per trovare il numeratore della somma si moltiplichi il numeratore della prima frazione pel denominatore della seconda, e al prodotto che sarà 16 si aggiunga il numeratore della seconda, che darà 19. Questo risultato si moltiplichi pel denominatore della terza, e al prodotto che sarà 38 si aggiunga il numeratore della medesima che darà 39.

Per trovare il denominatore della somma, si moltiplichino i tre denominatori fra loro, che daranno 40.

La somma adunque sarà $\frac{39}{40}$ di una lira, ossia 39 mezzi soldi che faranno appunto soldi 19 $\frac{1}{2}$.

Se le frazioni fossero più di tre, allo stesso modo seguiterebbesi tanto per trovare il numeratore, come il denominatore.

CAPO XIII.

Sciogliere una frazione in più frazioni di frazioni, *volgarmente* tramutare, o traslatare i rotti.

Il tramutare i rotti, ossia sciogliere una frazione in più frazioni di frazioni, è il contrario dell'innestare i rotti; e un'operazione serve all'altra di pruova.

Questa si fa col moltiplicare il numeratore della frazione proposta pel denominatore di quella, in cui si vuol tramutare, e poi dividere il prodotto pel denominatore della prima: il quoto dà il numeratore della frazione ricercata, e il residuo dà la frazione di questa. Sian per esempio $\frac{11}{13}$ da risolversi in tanti quarti, e parti d'un quarto. Si moltiplichi il numeratore 11 della proposta frazione pel denominatore 4 della frazione che si ricerca. Il prodotto 44 si divida per 13 denominatore della prima. Si avrà per quoto 3, che sarà il numeratore della ricercata frazione $\frac{3}{4}$, col residuo $\frac{5}{13}$ che saran parti d'un quarto. La proposta frazione $\frac{11}{13}$ si risolverà adunque in $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{13}$ di un quarto.

Se una frazione si volesse risolvere in più frazioni di frazioni, ciascuna di un determinato denominatore, non si avrà che a continuare l'operazione allo stesso modo.

Sia per esempio la frazione $\frac{39}{40}$ innestata di sopra da risolversi in quinti, in quarti del quinto, e in metà del quarto di un quinto. Si

Si moltiplichi il numeratore 39 per 5 denominatore della prima frazione ricercata, e il prodotto 195 si divida per 40 denominatore della frazione proposta, il quoto 4 darà la prima frazione $\frac{4}{5}$. Il residuo 35 che rimarrà, si moltiplichi per 4 denominatore della seconda frazione che si ricerca; e il prodotto 140 si divida per 40 come sopra: il quoto 3 darà la seconda frazione $\frac{3}{4}$. Il residuo 20 si moltiplichi per 2 denominatore della terza frazione ricercata, e il prodotto 40 si divida per 40 come sopra: il quoto 1 darà la terza frazione $\frac{1}{2}$.

La proposta frazione $\frac{30}{40}$ si risolverà adunque in $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$ di un quinto, e $\frac{1}{2}$ di un quarto di un quinto.

CAPO XIV.

Dati più numeri di specie minore, trovare quante parti sieno di un tutto di specie maggiore.

Questi quesiti si risolvono colla regola dell' infilzare o innestare i rotti, esposta nel II. Caso.

Esempio I. Si cerchi quante parti siano di una lira soldi 12, denari 7 $\frac{3}{4}$. Essendo noto, che soldi 20 fanno una lira, i soldi 12 saranno $\frac{12}{20}$ d'una lira; similmente i denari 7 saranno $\frac{7}{12}$ di un soldo, o $\frac{7}{12}$ di un ventesimo di una lira; finalmente i $\frac{3}{4}$ saranno $\frac{3}{4}$ di un denaro, o $\frac{3}{4}$ di un dodi-

 ce-

cesimo d' un soldo. Avremo dunque le tre frazioni da infilzarsi $\frac{12}{20}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{4}$; le quali operando come sopra daranno $\frac{607}{960}$ di una lira.

Esempio II. Si cerchi quante parti di un rubbo siano libbre 20, once 10 $\frac{6}{7}$. Libbre 20 saranno $\frac{20}{25}$ di un rubbo; once 10 saranno $\frac{10}{12}$ di una libbra, o di un venticinquesimo di rubbo; $\frac{6}{7}$ saranno parti di un' oncia, o d' un dodicesimo di libbra. Innestando le tre frazioni $\frac{20}{25}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{6}{7}$, avremo $\frac{1756}{2100}$ parti di un rubbo, che ridotte a' minimi termini, o schizzate daranno $\frac{439}{525}$.

Esempio III. Si cerchi quante parti di una lira siano 9 denari. In questi, e simili casi siccome i denari provengono immediatamente dai soldi, non dalle lire, così veggasi prima quante parti d' un soldo sieno i 9 denari, e si troverà che sono $\frac{3}{4}$ di un soldo. Si osservi poscia qual parte di una lira sia il soldo; e poichè è $\frac{1}{20}$ d' una lira, si moltiplichin i $\frac{3}{4}$ per $\frac{1}{20}$; il prodotto $\frac{3}{80}$ darà le parti di una lira, a cui equivalgono i 9 denari.

CAPO XV.

Data una Frazione di specie maggiore, trovar gl' interi di specie minore che in se contiene.

Quest' operazione non è altro che il tramutare i rotti, cioè risolvere una frazione in più frazioni di frazioni. Esem-

Esempio I. Sia da cercarsi quanti soldi, e quanti denari si contengono nella frazione trovata di sopra $\frac{607}{960}$ una lira. Sarà lo stesso come risolvere questa frazione in ventesimi di una lira, e dodicesimi di un soldo. Si cominci adunque colle regole del tramutare i rotti a moltiplicare il numeratore 607 pel denominatore 960 darà $\frac{12}{20}$ d' una lira, ossia 12 soldi. Il residuo 620 si moltiplichi pel secondo denominatore cercato 12; il prodotto 7440 diviso come sopra per 960 darà $\frac{7}{12}$ di un soldo, ossia 7 denari. Rimarrà di residuo la frazione $\frac{720}{960}$, che schizzata per 24 si ridurrà a $\frac{3}{4}$ di un denaro.

Esempio II. Collo stesso metodo dalla frazione $\frac{439}{525}$ di un rubbo trovata di sopra, moltiplicando prima 439 per 25, e dividendo il prodotto 10975 per 525, avremo 20 libbre; moltiplicando poscia il residuo 475 per 12, e dividendo il prodotto 5700 per 525; avremo 10 once; finalmente schizzando il residuo $\frac{450}{525}$ per 75, avremo $\frac{6}{7}$ di un' oncia.

Esempio III. Nella Frazione $\frac{3}{80}$ di una lira moltiplicando 3 per 20 avremo 60, che per 80 non può dividersi. Ciò indicherà che questa frazione non contiene alcun soldo. Per trovar dunque i denari, si moltiplichi il 60 per 12, e il prodotto 720 diviso per 80 darà 9 denari.

Operando nella stessa maniera si troverà che la frazione $\frac{3}{7}$ di una lira vale 8 soldi

 6 de-

6 denari, e $\frac{6}{7}$ d' un denaro; $\frac{3}{7}$ d' un trabucco (che è una misura di 6 piedi) valgono 2 piedi, 6 once, 10 punti, e $\frac{2}{7}$ d'un punto) $\frac{3}{7}$ d' un ora valgono 25 minuti primi, 42 secondi, e $\frac{6}{7}$ d'un secondo ec.

SEZIONE II.

Delle Regole di Proporzione.

CAPO I.

Nozioni preliminari.

BEnchè le nozioni più generali intorno alle proporzioni si sieno già accennate nella I. Parte; non sarà tuttavia superfluo il ripeterle in questo luogo con un po' più di estensione.

La relazione adunque che passa fra due quantità, come fra 3 e 6, fra 4 e 8 si chiama *ragione*.

Le due quantità che fra loro si paragonano, si chiamano i *termini della ragione*.

Se fra due quantità si considera la semplice differenza, questa si dice *ragione aritmetica*; se si considera quante volte una quantità contiene l'altra, o è contenuta nell' altra, si dice *ragione geometrica*. Perciò la ragione aritmetica fra 3, e 6 sarà 3, tale essendo la lor differenza; la ragione geo-

me-

metrica fra 3 e 6 sarà 2, essendo il 3 contenuto due volte nel 6.

L'eguaglianza di due ragioni si chiama *proporzione*; e questa è aritmetica, o geometrica, secondo che contiene l'eguaglianza di due ragioni aritmetiche, o geometriche.

Quattro termini adunque sono in *proporzione aritmetica*, quando la differenza fra il primo, e il secondo è eguale alla differenza fra il terzo, e il quarto. Così essendo la differenza fra 3 e 6 eguale alla differenza fra 9 e 12, questi quattro termini formano una proporzione aritmetica, la qual si scrive a questo modo 3 6 : 9. 12, e si pronunzia 3 a 6 come 9 a 12.

Quattro termini all' incontro sono in *proporzione geometrica*, allorchè il primo tante volte contiene il secondo, o è contenuto nel secondo, quante volte il terzo contiene il quarto, o è contenuto nel quarto. Così essendo il 3 contenuto due volte nel 6, come il 4 è due volte contenuto nell' 8, questi quattro termini formano una proporzione geometrica, la qual si scrive a quest' altro modo 3 : 6 :: 4 : 8, ovvero 3 : 6 = 4 : 8, e si pronunzia parimente 3 a 6 come 4 a 8.

Allorchè il secondo, e il terzo termine sono eguali, la proporzione si chiama *continua*; e questa pure può essere o aritmetica, per esempio 2. 4: 4. 6, o geometri-

ca, per esempio 2: 4 :: 4: 8 (*).

In qualunque proporzione il primo e il terzo termine si chiamano gli *antecedenti*, il secondo e il quarto si chiamano i *conseguenti*; similmente il primo e il quarto si dicon gli *estremi*, il secondo e il terzo si dicono i *medj*.

Nella proporzione aritmetica la somma degli estremi è eguale a quella de' medj. Così nell' addotto esempio 3 e 12 danno 15 egualmente come 6 e 9.

Nella proporzione geometrica il prodotto degli estremi è eguale a quello de' medj. Così 3 moltiplicato per 8 dà 24 egualmente, come 6 moltiplicato per 4.

Quindi dati tre termini, per trovare il quarto aritmeticamente proporzionale, basta sommare il secondo col terzo, e dalla somma sottrarre il primo. Così nell' esempio anzidetto dati i tre numeri 3, 6, 9, sommando 6 e 9 abbiam 15, e da questo sottraendo il 3, abbiamo 12 (**).

Si-

(*) V' ha un' altra proporzione che chiamasi *armonica*, ed è quando il primo termine sta geometricamente al quarto come la differenza fra il terzo e quarto. Così staranno in proporzione Armonica i quattro termini 9, 12, 16, 24, perchè in proporzione geometrica abbiamo 9 a 24, come 3 (differenza fra 9 e 12) a 8 (differenza fra 16 e 24). Ma di questa proporzione basta il piccolo cenno che qui n' abbiam fatto.

(**) Della proporzione aritmetica null' altro qui

Similmente dati tre termini per trovare il quarto geometricamente proporzionale, basta moltiplicare il secondo pel terzo, e dividere il prodotto pel primo. Così nell' esempio sopraccennato dati i numeri 3, 6, e 4, moltiplicando 6 per 4 abbiam 24, e dividendo questo per 3 abbiam 8.

Allorchè quattro termini sono tra loro in proporzione geometrica, la proporzione sussisterà ancorchè si cambi la loro disposizione, purchè il cambiamento sia tale, che il prodotto dei due estremi sia sempre eguale a quello de' medj.

Le principali variazioni che far si possono, son le seguenti

I. Alternando, come $\begin{cases} 3:6::4:8 \\ 3:4::6:8 \end{cases}$

II. Invertendo, come $\begin{cases} 8:4::6:3 \\ 4:3::8:6 \\ 6:3::8:4 \end{cases}$

III. Componend., come $\begin{cases} 3+6:3::4+8:4 \\ 3+6:6::4+8:8 \\ 3+4:6+8::3:6 \\ 3+4:6+8::4:8 \end{cases}$

IV. Dividendo, come $\begin{cases} 6-3:3::8-4:4 \\ 6-3:6::8-4:4 \\ 4-3:8-6::3:6 \\ 4-3:8-6::4:8 \end{cases}$

 La

qui aggiugneremo, riserbandoci a parlarne più estesamente nella Sezione delle Progressioni.

La regola di proporzione, di cui qui abbiamo principalmente a trattare, è appunto la geometrica, cioè quella che insegna, dati tre termini, a trovare il quarto geometricamente proporzionale.

Ella si chiama comunemente *regola del tre*, e si dice anche *regola aurea* per eccellenza a motivo dell'uso grandissimo che di lei si fa, e de' sommi vantaggi che ne risultano.

La regola di proporzione o regola del tre, o regola aurea si distingue in *semplice*, *composta*, *e moltiplice*.

Si chiama *semplice* quando son dati tre termini soli; *composta* quando son dati più di tre termini, ma di tal natura che realmente ne costituiscan tre soli; *moltiplice* quando son due o più proporzioni successive che si uniscono in una sola (*)

La *proporzione semplice* può essere *diretta* o *inversa*. E' diretta quando i termini sono tra loro in ragione diretta; e inversa quando i termini sono in ragione inversa. Due ter-

(*) La proporzione composta, e la moltiplice si distinguono anche più chiaramente, come vedremo, da questo carattere, che nella composta son sempre più termini quelli che fan la domanda, nella moltiplice è sempre un solo. Che poi i termini della proporzione composta realmente di lor natura equivalgono a tre soli, si vedrà ove parleremo di essa particolarmente.

termini poi si dicono *in ragione diretta* quando a misura che l'uno cresce o diminuisce, cresce o diminuisce anche l'altro: all' incontro si dicono *in ragione inversa*, quando a misura che l'uno cresce, l'altro diminuisce, o viceversa.

Così in un'opera qualunque siccome quanto è maggiore il numero de' lavoratori, tanto maggiore è il lavoro che ne risulta, i lavoratori, e il lavoro sono in ragione diretta: all' incontro siccome quanto è maggiore il numero de' lavoratori, tanto minor tempo si richiede a compirla, i lavoratori, e il tempo sono in ragione inversa.

La *proporzione composta* può essere *diretta*, *inversa*, o *mista*, secondo che i termini son tra loro in ragione o diretta, o inversa, o parte diretta, e parte inversa.

La *proporzione moltiplice* non può essere che *diretta*, sebbene da alcuni, come vedremo, suppongasi anche l'inversa.

Premesse queste nozioni generali or verremo a trattare partitamente di ciascuna delle suddette proporzioni.

CAPO II.

Della proporzione semplice.

In tutte le regole di proporzione quattro cose principalmente son da osservarsi, 1. l'intavolazione del quesito; 2. la distinzione delle ragioni dirette, o inverse; 3. la soluzione; 4. la pruova.

Ar

Articolo I.

Intavolazione del Quesito.

Per intavolazione del Quesito s'intende la retta disposizione de' proposti termini.

Or siccome i termini di ogni ragione debbono essere del medesimo genere, perchè le quantità di genere diverso non hanno tra loro alcuna relazione; così non essendo altro la proporzione, che l'eguaglianza di due ragioni, i termini di essa a rigore dovrebbonsi disporre in modo, che il 2. fusse simile al 1., e il 3. al 4. cercato.

Ma perchè alternando, come abbiam veduto di sopra, cioè ponendo il 3. termine al luogo del 2., e il 2. al luogo del 3., la proporzione non cambiasi; così per maggiore facilità, o chiarezza sogliono i termini per lo più distribuirsi in maniera che il primo esprima lo stesso genere di cose che esprime il terzo, e il secondo esprima lo stesso genere di cose che deve esprimere il quarto incognito che si ricerca. Così trattandosi a cagion d'esempio di lavoratori e di lavoro, se il primo e il terzo termine esprimono i lavoratori, il secondo e il quarto esprimono il lavoro, e viceversa.

Affine poi di riuscire più prontamente a distribuire i termini in questa guisa, egli è da notarsi che in ogni Quesito si contien sempre un supposto, e una domanda. Or il supposto dev' esser espresso regolarmente ne' primi due termini, e la domanda deve esser compresa nel terzo. Sia

Sia per esempio il Quesito: *Se 3 Braccia di panno sono costate lir. 45; Braccia 7 quanto costeranno?* Il supposto quì è, che 3 Braccia sieno costate lir. 45; e la domanda si è quanto debban costare Braccia 7? Ora questo Quesito può esser proposto in più altre maniere: come *Quanto costeranno 7 Braccia di panno, se 3 Braccia sono costate lir. 45?* ovvero: *se con lir. 45 si son comperate Br. 3, quanto importeranno Br. 7?* oppure: *Quanto si dovrà spendere per Br. 7, se lir. 45 si sono spese per Br. 3?* ec.

In qualunque maniera però il Quesito venga proposto, si cerchi sempre per prima cosa quel termine, in cui è compresa la domanda, il quale è quì Br. 7, e questo termine mettasi in terzo luogo. Indi si cerchi il suo simile, che quì è Br. 3, e questo si metta in primo luogo; ponendo in secondo luogo l' altro termine lir. 45, al quale dovrà poi corrispondere il quarto termine che si ricerca.

L' intavolazione pertanto del presente Quesito si farà a questo modo:

Br. 3 : lir. 45 :: Br. 7 : x, ovvero
Br. 3 : lir. 45 = Br. 7 : x.

dicendo: Braccia 3 a lire 45 come Braccia 7 a x (esprimendo per x la quantità incognita che si ricerca). Oppure; come costumasi più comunemente dagli Aritmetici, si scriverà semplicemente:

Br. 3 | lir. 45 | Br. 7

dicendo: Se Br. 3. costano lire 45, Br. 7 quanto costeranno? Ar-

ARTICOLO II.
Distinzione delle ragioni dirette, e inverse.

INtavolato il Quesito conviene cercare, se le ragioni sono dirette, o inverse.

Per far questo basta confrontare il primo termine col secondo. Se crescendo l' uno, dee crescere anche l' altro, la ragione è diretta; al contrario se crescendo l' uno, l' altro dee diminuire, la ragione è inversa. Così nel proposto esempio è chiaro, che crescendo il numero delle Braccia, deve crescere anche il costo. La ragione adunque sarà diretta.

Al contrario nel seguente Quesito: *Se 4 Lavoratori compiono un' opera in 6 giorni; 12 Lavoratori in quanti giorni la compiranno?* La ragione sarà inversa. Poichè intavolato il quesito.

Lav. 4 | gior. 6 | Lav. 12.

ognuno vede, che crescendo il numero dei Lavoratori dee diminuire quello de' giorni necessarj a compir l' opera.

ARTICOLO III.
Soluzione del Quesito.

NElla Proporzione *semplice diretta*, per trovare il quarto termine basta, come si è detto di sopra, moltiplicare il secondo pel terzo termine, e dividere il lor prodotto pel primo. Imperocchè essendo nella proporzione geometrica il prodotto dei due termi-

mini estremi eguale a quello de' medj, ne segue che il prodotto del 2. nel 3. può riguardarsi come se fosse il prodotto del 1. nel 4. e ciò posto dividendo questo prodotto pel 1. termine; necessariamente ne dee risultare il 4. Così nel Quesito:

Br. 3. — lir. 45. — Br. 7

moltiplicando 7 per 45 avremo 315, e dividendo questo per 3 avremo 105 esprimente le lire che costeranno le Br 7.

Nella Proporzione *semplice inversa* la soluzione può farsi in due modi:

1. Moltiplicando il primo termine pel secondo, e dividendo il prodotto pel terzo: e questa è la maniera più usitata. Così nell' esempio:

Lav. 4 — gior. 6 — Lav. 12.

moltiplicando 4 per 6 avremo 24, e dividendo questo per 12 avremo 2 esprimente i giorni che impiegheranno i 12 Lavoratori a compier l' opera proposta.

Il 2. modo è di mettere nell' intavolazione il terzo termine in luogo del primo, e il primo in luogo del terzo, poi operare come nella Proporzione semplice diretta. Così l' intavolazione del precedente Quesito, fatto il cambiamento de' termini, sarà:

Lav. 12 — gior. 6 — Lav. 4

e moltiplicando 6 per 4, avrem 24, come sopra, e dividendo questo per 12 avremo 2.

AVVERTIMENTO. Nella I. Parte Sez. 3. art. 2. abbiamo detto, che quando il pri-

primo o il terzo termine contiene numeri di diverse specie, come lire soldi e denari, pesi libbre ed once, anni mesi e giorni ec. avanti ogn' altra operazione questi debbon ridursi amendue alla minima specie ; e, (loc. cit.) abbiam soggiunto, che quando è di diversa specie solamente il secondo termine, basta ridurre alla minima specie questo solo ; ma che siccome il quarto termine per la corrispondenza che deve aver col secondo, esprimerà allora la stessa minima specie, converrà poi ridurlo alla sua specie maggiore.

Tutto questo abbiamo detto colà per dare una sola regola generale applicabile a tutt' i casi, a comodo di coloro che non sono abbastanza esercitati nelle altre maniere di moltiplicare e dividere i numeri di diversa specie, senza ridurli alla minima.

Propriamente però è da avvertirsi in 2. luogo, che questa riduzione è necessaria soltanto allorchè è di diverse specie, ed accompagnato da rotti quel termine, per cui deve farsi la divisione, cioè il primo nella proporzione diretta, e il terzo nella inversa.

Ciò è necessario allora, perchè se il divisore è di diverse specie o accompagnato da rotti, la divisione non si può fare senza levarne i rotti, e ridurlo a numero intero di una sola specie. Nel qual caso alla stessa specie convien ridurre poi anche il termine ad esso corrispondente (che è il ter-

terzo nella proporzione diretta, e il primo nell'inversa) per conservar la proporzione.

Ma se il termine, per cui deve farsi la divisione, è un numero intero d'una sola specie, ancorchè gli altri sieno di diverse specie, o con rotti, la riduzione non è più necessaria, bastando il moltiplicar questi termini fra loro col prenderne le parti aliquote (o *prender in parte*, come suol dirsi dagli Aritmetici), per avere il dividendo, il quale o sia d'una sola specie, o di specie diverse, con rotti, o senza, non reca verun difficoltà alla divisione.

Così nell'esempio colà proposto pel terzo termine (loc. cit.): Se Br. 6 di panno sono costate lir. 108; Br. $7\frac{1}{2}$, quanto costeranno? senza ridurre il primo, e il terzo termine a mezze braccia, basta moltiplicare a dirittura lir. 108 per Br. $7\frac{1}{2}$, e avremo lir. 810, che divise per Br. 6 daranno lir. 135 pel quarto termine ricercato.

Similmente nell'esempio ivi proposto pel secondo termine (loc. cit.): Se con lir. 92 si son comperate Lib. 5. 9 di seta; con lir. 112 quante se ne compreranno? moltiplicando lir. 112 per lib. 5. 9 avremo lib. 644 (dico *libbre* perchè il dividendo si deve sempre considerare come esprimente lo stesso genere di cose che si ricercan nel quoto); e dividendo lib. 644 per lir. 92, avremo pel quarto termine ricercato lib. 7.

E' da avvertirsi in 2. luogo, che quando

il

il divisore è di diverse specie, non è sempre necessario il ridurlo alla sua minima specie, ma basta il ridurlo ad una specie sola qualunque, ossia basta moltiplicarlo per un numero tale che facci scomparire i rotti, e i numeri di diversa specie, e lo riduca a un solo numero intero. Ciò si farà più chiaro con un esempio.

QUESITO. *Con lir. 253 2 6 si son comperato Br. 25 di drappo; quante se ne compreranno con lir. 202. 10?*

Intavolato il Quesito a questo modo:

lir., 253. 2 6 | Br. 25 | lir. 202. 10,

invece di ridurre il primo, e terzo termine a denari, che darebbero:

den. 60750 | Br. 25 | den. 48600,

si posson ridurre a mezzi soldi, giacchè i 6 denari del primo termine equivalgono a un mezzo soldo; e allora avremo:

mezzi soldi 10125 | Br.25 | mezzi soldi 8100;

e per maggior brevità posson ridursi a parpaiuole, moltiplicandoli per 8; giacchè i soldi 2. 6 del primo termine equivalgono ad una parpaiuola, e questa è $\frac{1}{8}$ di una lira; e in tal caso avremo:

parp. 1025 | Br. 25. | parp. 1629.

In qualunque delle tre maniere si faccia l'operazione, si avrà sempre per 4. termine Br. 20, come si vedrà alla prova, terminando le tre operazioni quì accennate.

Affine poi di conoscere più facilmente per qual numero meglio convenga moltiplicare così il primo, come il terzo termi-

mine, si osservi qual parte della specie maggiore siano i numeri di specie minore ch' essi contengono, esprimendo questa parte con una frazione, e moltiplicando poi i due termini pel denominatore di questa frazione. Così in questo esempio nel 1. termine lir. 253. 2. 6. si vedrà facilmente, che i soldi 2. 6 sono l'ottava parte di una lira. Esprimendo adunque o mentalmente o in iscritto il detto termine a questo modo lir. 253 $\frac{1}{8}$, si vedrà subito che per togliere la frazione conviene moltiplicarlo per 8. Se fossero lir. 253. 5, i soldi 5 sarebbero $\frac{1}{4}$ di una lira, e converrebbe moltiplicare per 4. Se fossero lir. 253. 10, i soldi 10 sarebbero $\frac{1}{2}$ lira, e converrebbe moltiplicare per 2. Se fossero lir. 253. 15, i soldi 15 sarebber $\frac{3}{4}$ di una lira, e converrebbe ancora moltiplicare per 4. Finalmente se alle lir. 253 fossero aggiunti soldi 7. 6, o 12, 6, o 17. 6, questi sarebbdro $\frac{3}{8}$, o $\frac{5}{8}$, o $\frac{7}{8}$ di una lira, e converrebbe sempre moltiplicare per 8.

Quello che quì diciam delle lire, si applichi a proporzione a qualunque altro genere di cose, come ai diversi pesi, alle diverse misure ec.

Non crediam necessario d'avvertire, che al prodotto del primo numero che si moltiplica pel denominator della frazione, conviene aggiungere il numeratore della medesima, essendosi ciò già abbastanza spiegato a suo luogo (pag. 10). Così molti pli-

can-

cando lir. 253 $\frac{1}{8}$ per 8 , converrà dire in primo luogo 3 fia 8 fan 24, e 1 fa 25 ec. moltiplicando lir. 253 $\frac{3}{4}$ per 4 converrà dire 3 fia 4 . . 12, 3 . . 15 ec.

3. Ridotto il divisore a un solo numero intero, la moltiplicazione che dee farsi del termine corrispondente, per ridurlo alla medesima specie, se il moltiplicatore è un numero piccolo, si fa comunemente *di lungo in largo*, cioè incominciando dalle specie minori, e riducendone mentalmente i prodotti alla specie maggiore. Così nel proposto esempio moltiplicando il terzo termine lir. 202 10 per 8 si comincierà a dire 8 fia 10 fanno 80 soldi, cioè 4 lire, e ritenendo queste in mente per aggiungerle al prodotto delle unità delle lire, si proseguirà: 8 fia 2 fan 16, e 4 . . 20 ec. Dee aversi però l'avvertenza di scegliere per la riduzione del divisore un numero tale, che faccia per quanto è possibile svanire i rotti, e i numeri di diverse specie anche del termine corrispondente. Tale è quì il numero 8, perchè in quella guisa che nel primo termine i soldi 2. 6 sono $\frac{1}{8}$ di una lira, così nel terzo i soldi 10 sono $\frac{4}{8}$ della medesima lira. Questa avvertenza è necessaria, perchè se l'uno, e l'altro termine sarà ridotto a numero intero, tanto più facile riuscirà in seguito la moltiplicazione del terzo col secondo, trattandosi di proporzione diretta, o del primo col secondo trattandosi dell'inversa.

4. Con-

4. Continuando quì la moltiplicazione per 8, il terzo termine riuscirà, come sopra, 1620, e questo moltiplicato per Br. 25 darà Br. 40500 da doversi dividere pel primo termine ridotto come sopra a 2025. Ma anche quì per operare più speditamente conviene avvezzarsi: 1. a far la divisione lasciando il divisore alla sinistra, senza aver bisogno di trasportarlo alla destra, come abbiamo insegnato nella I. Parte; 2 a far mentalmente di mano in mano la moltiplica del quoto pel divisore, e la sottrazione del lor prodotto dal dividendo, senza aver bisogno di scriver altro sotto al dividendo, che il residuo risultante di mano in mano da detta sottrazione.

Ecco tutta per esteso la soluzione del presente Quesito, che servirà di modello alle altre.

lir. 253. 2. 6 | Br. 25 | lir. 202. 10.

8	8
2025 Divisore	1620 III. Term.
	25 II. Term.
	8100
Br. 20 Quoto	3240
	40500 Dividendo
	00000

Spiegazione. Rispetto alle moltiplicazioni quì si opererà come di sopra si è già accennato.

Ri-

Rispetto alla divisione si dirà: Il 2025 in 4050 sta due volte, e scritto il 2 sotto al Divisore, si dirà: 2 fia 5 . . 10, da o non si può, da 10 resta o; poi 2 fia 2 . . 4, da 4 (poichè il 5 del dividendo per l'unità trasportata innanzi allo zero, è ridotto a 4) resta o; poi 2 fia o . . o; da o resta o; poi 2 fia 2 . . 4, da 4 resta o; calato finalmente l'ultimo zero del dividendo, si vedrà doversi aggiungere uno zero al quoto, e l'operazione sarà terminata.

Se dal primo membro del dividendo fosse rimasto qualche residuo, calato l'ultimo zero, l'operazione si sarebbe ripetuta col secondo membro allo stesso modo; e se qualche residuo fosse rimasto in fine, questo si sarebbe moltiplicato per 12 once, e continuando l'operazione sarebbonsi avute le once da aggiungersi al quoto, ec.

Articolo IV.

Pruova della Soluzione.

La pruova delle soluzioni può farsi in tre maniere così nella Proporzione diretta, come nell'inversa.

Nella *Proporzione diretta* la 1. prova è di moltiplicare fra loro i due estremi, e i due medj, dovendo, come s'è detto a pag. 26, il lor prodotto essere eguale. Così nel 1. Esempio:

Br. 3 | lir. 45 | Br. 7

aven-

avendo trovato per quarto termine lir. 105, moltiplicando questo per Br. 3 avremo lir. 315 egualmente, come moltiplicando lir. 45 per Br. 7. Questa pruova però non è abbastanza sicura, perchè scuopre unicamente se è stata ben fatta la divisione, ma non già se è stata esatta la moltiplicazione del secondo col terzo termine.

La 2. pruova è di mettere il terzo termine in luogo del primo, e il quarto termine ritrovato in luogo del secondo, e ripetere l'operazione come se il termine da ricercarsi fosse il secondo. In questo caso adunque il Quesito s'intavolerà nel modo seguente:

Br. 7 | lir. 105 | Br. 3

e fatta l'operazione dovrà uscire per quarto termine lir. 45.

La 3. pruova è di mettere il secondo termine in luogo del primo, e il quarto termine in luogo del terzo, e rifare, come sopra l'operazione, supponendo che il termine che si ricerca sia il terzo. In questo caso il Quesito s'intavolerà nel seguente modo:

lir. 45 | Br. 3 | lir. 105

e fatta l'operazione per quarto termine dovrà uscir Braccia 7.

Nella *proporzione inversa*, quando si operi nella seconda maniera, cambiando prima i termini, e riducendola a proporzione diretta, le pruove saranno le succennate. Quando si operi nella prima maniera, la pruova si farà:

1. Moltiplicando il primo termine col secondo, e il terzo col quarto, per veder se i prodotti riescono eguali.

2. Mettendo il terzo termine in luogo del primo, e il quarto ritrovato in luogo del secondo, e ripetendo l'operazione, come se si dovesse trovare il secondo.

3. Mettendo il secondo termine in luogo del primo, e il quarto in luogo del terzo, e operando, come se si dovesse trovare il terzo.

Nell' esempio recato di sopra:

Lav. 4 | Gior. 6 | Lav. 12

avendo trovato per quarto termine Giorni 2, la pruova col 1. modo si farà moltiplicando 2 per 12, e 4 per 6, e le due moltiplicazioni daranno egualmente 24.

Col 2 modo s' intavolerà il Quesito così:

Lav. 12 | Gior. 2 | Lav. 4.

e fatta l' operazione, per quarto termine dovrà uscir Gior. 6.

Col 3. modo s' intavolerà:

Gior. 6 | Lav. 4 | Gior. 2

e dovrà uscire per quarto termine Lav. 12.

Aggiugneremo quì alcuni altri Quesiti di proporzioni semplici così dirette, come inverse, i quali serviranno per esercizio delle proposte regole. Indicheremo in questi però la sola traccia delle operazioni, lasciando che ognuno le eseguisca da se medesimo, per veder indi col confronto dei risultati, se avrà operato a dovere.

An-

ARTICOLO V.

Quesiti di proporzioni semplici dirette.

QUESITO I. *Lib. 74 di seta sono costate lir. 1702; quanto costeranno Lib. 113?*

Lib. 74 | lir. 1702 | Lib. 113
Prod. del 2do, nel 3zo. term. .. lir. 192326
Quoto della divisione pel primo...lir. 2599

QUESITO II. *Quanto costeranno Brente 97 staja 2 quartieri 3 di vino, mentre Brente 102 boccali 5 sono costate lir. 1971. 15?*

Br. 102. 5 | lir. 1971. 15 | Br. 97. 2. 3.
Riducendo il primo e terzo termine a boccali
Boc. 9797 | lir. 1971. 15 | Boc. 9400
Prod. del 2do. nel 3zo. term. . . lir. 18534450
Quoto della div. pel primo . . lir. 1891. 16. 11 $\frac{8729}{9797}$

AVVERTIMENTO. Per farne la prova nel secondo modo converrebbe intavolare il quesito nella maniera seguente:

Boc. 9400 | l. 1891. 16. 11 $\frac{8729}{9797}$ | Boc. 9797

Ma per risparmiar la fatica di calcolar la frazione, s' intavoli solamente nella seguente maniera:

Boc. 9400 | lir. 1891. 16. 11 | Boc. 9797.

Il prodotto del secondo nel terzo termine allor sarà lir. 18534413. 12. 7.

A questo prodotto s' aggiunga il numeratore della frazione, ossia l' avanzo rimasto dalla precedente divisione che è 8729 denari, riducendolo prima a soldi e lire, che sono lire 36. 7 5.

Con quest' aggiunta il prodotto diventerà come sopra lir. 18534450.

 E

E dividendolo pel primo termine boc. 9409, darà per quoto lir. 1971 15, come si ricercava.

La pruova si farà sempre in questa guisa ogni volta che nella soluzione del quesito dalla divisione resterà qualche avanzo.

QUESITO III. *Quanti pesi d' olio si avranno con lir. 491. 10, mentre Lib. 7. on. 26 sono costate l. 10. 15?*

lir. 10. 15 | Pesi.. 7.26 | lir. 491. 10

Riducendo il primo e terzo termine a tanti cinque soldi col moltiplicarli per 4

43 | Pesi... 7. 26 | 1966

Prod. del 2do. nel 3zo. term... Pesi 1558. 7.16

Quoto della div. pel primo... Pesi 36. 2. 14. $\frac{2}{43}$.

La pruova si farà come sopra intavolando soltanto

1966 | Pesi 36. 2. 14 | 43

e aggiungendo al prodotto del secondo nel terzo termine, che sarà Pesi 1558. 7. 14, le once 2 d'avanzo, per cui diverrà Pesi 1558. 7. 16.

Quesito IV. " Con lir. 670. 10 si son comperate Moggia 22, staja 6, quartieri 3 di frumento; quante Moggia si compreranno con lir. 912. 12. 6"?

lir. 670. 10 | Mog. 22. 6. 3 | lir. 912. 12. 6

Riducendo il primo e terzo termine a parpaiuole col moltiplicarli per 8.

parp. 5364 | Mog. 22. 6. 3 | parp. 7301

Prod. del sec. nel terzo term... Mog. 166782. 1. 3

Quoto della div. pel primo. Mog. 31. staja

ja--. quart. 2. metà 3 con 3540 di avanzo.

La pruova si farà come sopra intavolando

parp. 7301.] Mog. 31.--. 2. 3] parp. 5364

e aggiungendo al prodotto del secondo nel terzo term. le metà 3540 d' avanzo, ridotte a quartieri, staja ec.

QUESITO V. *In quanto tempo da Tessitori 17 saran lavorate braccia 400 di Stoffa, se da' medesimi Tessitori braccia 257 $\frac{1}{2}$ sono state lavorate in 24 giorni?*

AVVERTIMENTO. Quì i termini dati sembrano essere quattro, cioè Tessitori 17, braccia 400, braccia 257 $\frac{1}{2}$, e giorni 24. Ma si osservi, che il numero de' Tessitori è lo stesso tanto per le braccia di Stoffa da lavorarsi, come per quelle già lavorate. Quì adunque il numero de' Tessitori essendo eguale e costante per ambedue i casi, non entra in conto; e l' intavolazione è soltanto:

Braccia 257 $\frac{1}{2}$] Gior. 24] Braccia 400

Riducendo il primo e terzo termine a mezze braccia

515] Gior. 24] 800

Prod. del 2do. nel 3zo. term... Gior. 19200

Quoto della divisione pel primo.. Gior. 37 ore 6 min. 45 con 225 d' avanzo.

La pruova si farà come sopra intavolando

800] Gior. 37. 6. 45] 515

e aggiungendo al prodotto i minuti 225 d' avanzo ridotti ad ore.

QUESITO VI. *Lampade 31 a 4 lucignoli per ciascuna in giorni 23 han consumato pe-*

ji 6 libbre 5 ½ di olio; si domanda quanto ne consumeranno nello stesso tempo Lampade 50 parimente a 4 lucignoli?

Quì il numero de' lucignoli, e il tempo, essendo eguale da ambe le parti, non entrà in conto. L'intavolazione è adunque soltanto:

Lampade 31 | Pesi 6 5 ½ | Lampade 50
Prod. del 2do. nel 3zo. term. . . Pesi 327. 5
Quoto della divisione pel primo... Pesi 10 lib. 5 onc. 18 con 2 d'avanzo.

la pruova sarà come sopra, intavolando
Lampade 50 | Pesi 10. 15. 18 | Lamp. 31
e aggiungendo al prodotto le once 2 d'avanzo.

QUESITO VII. *Quanto si guadagnerà con un Capitale di lir. 12500, essendosi guadagnate lir. 875 col capitale di lir. 9680 5?*

lir. 9680 5 | lir. 875 | lir. 12500
Riducendo il primo e terzo term. a tanti cinque soldi

38721 lir. 875 | 50000
Prod. del 2do. nel 3zo. term... lir. 43750000
Quoto della divisione pel primo... l. 1129 17. 6 con 26430 d'avanzo.

La pruova si farà intavolando

50000 | lir. 1129 17. 6 | 38721
e aggiungendo al prodotto i denari 26430 d'avanzo, ridotti a soldi, e lire.

QUESITO VIII. *In quanto tempo da un dato capitale si guadagneranno lir. 850 8, mentre in anni 3, mesi 7 si son guadagnate lir. 412. 7. 6?*

lir. 412. 7. 6. | an. 3. 7 | lir. 850. 8.
Ri-

Riducendo il primo e terzo termine a denari (che quì conviene di più che il ridurli a mezzi soldi, avendosi in tal guisa per terzo termine un numero intero, che essendo già stato moltiplicato per 12 nel ridurlo a denari, facilita poi maggiormente nella moltiplicazione da farsi in seguito col secondo termine, l' operazione di prenderne le parti aliquote pei mesi che sono la dodicesima parte dell' anno), avremo

den. 98970 | an. 3. 7. | den. 204096
Prod. del 2do. nel 3zo. term... an. 731344
Quoto della divisione pel primo . . anni 7 mesi 4 giorni 20 con 23640 d'avanzo.

La pruova si farà intavolando

den. | 204096 | an. 7. 4. 20 | den. 98970
e aggiungendo al prodotto i giorni 23640 d' avanzo, ridotti a mesi ed anni.

Quesito IX. *Se lir. 13850 10 hanno renduto in un dato tempo lir. 2725. 17. 6, qual capitale si richiederà per avere in egual tempo lir. 1390. 7. 6?*

lir. 2725. 17. 6 | lir. 13850. 10 | lir. 1290. 7. 6
Riducendo il 1mo, e 3zo. term. a parpaiuole
parp. 21807 | lir. 13850. 10 | parp. 10323
Prod. del 2do. nel 3zo. term . . l. 142978811. 10
Quoto della div. pel primo . - lir. 6556. 11 con 6156 d'avanzo.

La pruova si farà intavolando

parp. 10323 | lir. 6556. 11 | parp. 21807
e aggiungendo al prodotto i denari 6156 d'avanzo ridotti a soldi, e lire.

Articolo VI.

Quesiti di proporzioni semplici inverse.

Quesito I. " Per addobbare una stanza richieggonsi braccia $79\frac{1}{2}$ di Damasco alto Br. $1\frac{5}{6}$, quante Braccia saran necessarie se il Damasco sarà alto solamente Br. $1\frac{1}{4}$ "?

Che questo quesito sia di proporzione inversa si conoscerà facilmente, osservando che quanto men alto è il Damasco, tanto maggior numero di braccia se ne richiederanno. Noi qui n' esporremo la soluzione per esteso, acciocchè serva di norma per l'altre:

Br. $1\frac{5}{6}$] Br. $79\frac{1}{2}$] Br. $1\frac{1}{4}$
12 ... 12

Once 21 I. Term. Once 15
$79\frac{1}{2}$ II. Term.

198 ... Br. $116\frac{9}{15}$ o $\frac{3}{5}$ Q.
154
11

1749 Dividendo
24
99
9 avanzo

La pruova si farà nella seconda maniera, intavolando

Once 15] Braccia $116\frac{3}{5}$] Once 22

o tralasciata la frazione intavolando soltanto

Once 15] Braccia 116] Once 22

e aggiungendo poi al prodotto del primo col

col secondo termine che sarà Br. 1740, le Br. 9 d'avanzo, per cui diventerà Br. 1749, che divise pel terzo termine Once 22 daranno per quoto Br. 79 $\frac{1}{2}$.

QUESITO II. *Soldati 400 assediati in una Fortezza hanno provvisione bastante per mesi 7 $\frac{1}{2}$ dando a ciascuno once 10 $\frac{1}{4}$ di pane al giorno, volendo che questa provvisione basti per mesi 10, quante once di pane al giorno converrà dare a ciascuno?*

Qui il numero de' Soldati restando eguale, non entra in conto. Si dirà adunque:

mesi 7 $\frac{1}{2}$ | on. 10 $\frac{1}{4}$ | mesi 10

Riducendo il 1mo. e 3zo term. a mezzi mesi

15 | on. 10 $\frac{1}{4}$ | 20

Prod. del 1mo del 2do. term. .. on. 153 $\frac{3}{4}$

Quoto della divisione pel terzo .. on. 7 den. 16 con 18 d'avanzo.

La pruova si farà come sopra, e così pur farannosi di mano in mano le pruove de' seguenti quesiti.

QUESITO III *Una data provvisione di fieno basta a Cavalli 810 per mesi 7 e giorni 12; accrescendo altri Cavalli 40 per quanto tempo potrà bastare?*

I Cavalli 810 coll'aggiungerne 40 diventano 850. Si dirà adunque:

Cav. 810. | mesi 7. 12. | Cav. 850

Prod.del 1mo. nel 2do. termine .... mesi 5994

Quoto della div. per terzo ... mesi 7 giorni 1 con 470 d'avanzo.

QUESITO IV. *Un' opera è stata terminata in giorni 27 da persone 56; in quanto tempo sarebbesi terminata da persone 25?*

C 5 Per-

Persone 56 | Giorni 27 | Persone 25
Prod. del 1mo. nel 2do. term... giorni 1512
Quoto della div. pel terzo... gior. 60 or. 11 con 13 d'avanzo.

QUESITO V. *Con Br. 17 $\frac{3}{4}$ di panno alto Br. 2 $\frac{1}{8}$ si vestono 4 persone; quante braccia ne abbisogneranno, se il panno sarà alto braccia 1 $\frac{3}{4}$?*

Quì il numero delle persone, essendo sempre lo stesso, non entra in conto. L'intavolazione adunque sarà:

Braccia 2 $\frac{1}{8}$ | Braccia 17 $\frac{3}{4}$ | Braccia 1 $\frac{3}{4}$
Riduc. il 1mo. e 3zo. term. a ottavi di Braccio

17 | Braccia 17 $\frac{3}{4}$ | 14
Prod. del primo nel secondo term... Braccia 301 $\frac{3}{4}$
Quoto della div. pel terzo.. Br. 21 on. 6 con 9 d'avanzo.

QUESITO VI. *Se di Stoffa alta once 10 $\frac{1}{2}$ a far un abito si richieggono braccia 5 $\frac{3}{4}$; ove sia alta braccio 1 $\frac{1}{4}$ quante braccia ne abbisogneranno?*

Once 10 $\frac{1}{2}$ | Braccia 5 $\frac{3}{4}$ | Braccio 1 $\frac{1}{4}$
Riducendo il 1. e 3. term. a mezze once

21 | Braccia 5 $\frac{3}{4}$ | 30
Prod. del 1mo. nel 2do. term... Br. 120: 9.
Quoto della div. pel 3... Br. 4 con on. 9 d'avanzo.

QUESITO VII. *Quando il frumento valeva al moggio lir. 31. 17. 6, il pane d'un soldo pesava once 5 $\frac{1}{4}$; a qual prezzo dovrà ascendere il frumento, perchè il pane d'un soldo si riduca a once 2 $\frac{3}{4}$?*

On-

Once 5 $\frac{1}{4}$ | lire 31. 17. 6 | Once 2 $\frac{3}{4}$
Riducendo il 1. e 3. term. a quarti d' oncia
21 | lir. 31. 17. 6 | 11
Prod. del 1. nel 2. term. . . lir. 669. 7. 6
Quoto della div. pel 3. . . lir. 60 17 con 6 den. d' avanzo.

QUESITO VIII. *Una data quantità d'Olio è stata consumata da lampada 40 in mesi 10, in quanto tempo un' egual quantità sarà consumata da lampade 50?*

Lamp. 40 | Mesi 10 | Lam. 50
Prod. del 1mo. nel 2do. term. ... Mesi 400
Quoto della divisione pel terzo .. Mesi 8.

Quesito IX. " Qual capitale dovrà impiegarsi per guadagnare lir. 2690 in An. 7 $\frac{1}{2}$, se questo guadagno col capitale di lir. 22500 si è fatto in An. 5 Mesi 9?

Quì il guadagno, dovendo esser lo stesso, non entra in conto. L' intavolazione è adunque:

An. 5. 9 | lir. 22500 | An. 7 $\frac{1}{2}$
Riducendo il primo e terzo termine a quarti d' anno, giacchè mesi 9 sono $\frac{3}{4}$ d' un anno, e un mezz' anno n' è $\frac{2}{4}$.
23 | lir. 22500 | 30
Prod. del 1mo. nel 2do. term. lir. 517500
Quoto della div. pel 3zo. term. lir. 17250.

CAPO III.
Della proporzione composta.

Abbiamo detto a pag. 39 che la Proporzione è composta, quando son dati più di tre termini, ma di tale natura, che real-

 men-

mente ne costituiscan tre soli. Come ciò si verifichi, si vedrà più abbasso, ove si parlerà della soluzione dei quesiti.

Dagli Aritmetici la Proporzione composta suol definirsi comunemente in altro modo, cioè esser quella, in cui son dati più di tre termini, e ove più d'uno fra questi concorre a far la domanda. Ella suol anche chiamarsi *Regola del tre composta*, o *Regola del cinque*, *del sette*, *del nove*, *dell' undici* ec. secondo il numero de' termini dati.

La proporzione composta, come già abbiamo pure accennato, può essere o diretta, o inversa, o mista; e quattro cose anche intorno a questa son da osservarsi, cioè l'intavolazione, la distinzione delle ragioni dirette e inverse, la soluzione, e la prova.

Articolo I.

Intavolazione.

Per ben intavolare un quesito di proporzione composta conviene 1. osservare quali sieno i termini del supposto, e quali i termini della domanda.

2. I termini del supposto, che son di specie simile a quei che fan la domanda, si debbon mettere l'un dopo l'altro in primo luogo; il termine di specie simile a quello che si ricerca, dee mettersi in secondo luogo; ed i termini che fan la domanda, si debbon porre in terzo luogo l'un dopo l'altro collo stesso ordine dei primi. Eccone alcuni esempj:

Que-

Quesito I. " Quante Libbre di Seta lavoreranno in un dato tempo Mulini 10 di Aspi (*in Lombardo* Aspe) 8 , se in egual tempo Mulini 8 di Aspi 7 ne han lavorato Libbre 1200 " ?

Qui la domanda è : Mulini 10 di Aspi 8 quante libbre lavoreranno? il supposto è, che Mulini 8 di Aspi 7 ne abbiano lavorato libbre 1200.

Si dirà adunque : Se Mulini 8 di Aspi 7 han lavorato libbre 1200 : Mulini 10 di Aspi 8 quante libbre lavoreranno ? e il quesito s' intavolerà a questo modo :

Mul. 8 Aspi 7 | Lib 1200 | Mul. 10 Aspi 8

Quesito II. *Nello spazio di giorni 25 Mulini 8 di Aspi 7 han lavorato Lib. 1200 di Seta ; in quanto tempo faran lo stesso lavoro Mulini 10 di Aspi 8?*

Quì le libbre 1200, dovendo esser eguali nell' uno e nell' altro caso , non entrano in conto. L' intavolazione adunque sarà :

Mul. 8 Aspi 7 | Gior. 25. | Mul. 10. As. 8.

Quesito III. *In quanti giorni saranno lavorate Libbre 500 di Seta da Mulini 12, se Libbre 100 furono lavorate da Mulini 6 in giorni 10 ?*

Quì l' intavolazione sarà :

Lib. 100 Mul. 6 | Gior. 10 | L. 500 Mul. 12.

Articolo II.

Distinzione delle Ragioni dirette , e inverse.

INtavolato il quesito, per distinguere quali termini sieno in ragion diretta, e quali

in ragione inversa, ciascuno de' primi termini del supposto si confronti col termine medio, se sono di tal natura, che crescendo essi debban far crescere il termine medio, saranno in ragion diretta; se al contrario sono di tal natura, che crescendo essi debbano far diminuire il termine medio, saranno in ragione inversa.

Così nel I. Quesito

Mul. 8 Aspi 7. | Lib. 1200 | Mul. 10 Aspi 8 quanto maggiore sarà il numero de' Mulini, e degli Aspi, tanto maggiore sarà la quantità della Seta lavorata in un dato tempo: questi adunque saranno in ragion diretta.

Nel II. Quesito per lo contrario

Mul. 8 Aspi 7 | Gior. 25 | Mul. 10 Aspi 8, quanto maggiore sarà il num. de' Mul. e degli Aspi, tanto minor tempo dovrà impiegarsi a far lo stesso lavoro: questi pertanto saranno in ragione inversa.

Nel III. Quesito

Lib. 100 Mul. 6 | Gior. 10 | L. 500 Mul 12 quanto maggior numero si vorrà di Seta lavorata, si richiederà tanto maggior tempo; ma quanto maggiore sarà il num. dei Mul., tanto minor tempo sarà necessario: le Lib. di Seta adunque saranno in ragion diretta coi giorni; ma i Mulini saran coi medesimi in ragione inversa.

Articolo III.

Soluzione.

Per risolvere i quesiti *di proporzione composta diretta* conviene prima ridurre tutti i ter-

i termini a tre soli; il che si ottiene moltiplicando fra loro da una parte tutti i termini del supposto, che sono nel primo luogo, e dall' altra tutti i termini della domanda che sono nel terzo luogo.

Così nel I. Quesito i termini dati: Mul. 8 Aspi 7 | Lib. 1200 | Mul. 10 Aspi 8 si ridurranno ai tre termini seguenti:

Aspi 56 | Libbre 1200 | Aspi 80;
essendo realmente lo stesso, rispetto al lavoro da farsi, il dire Mulini 8 di Aspi 7, come il dire Aspi 56, e il dire Mul. 10 di Aspi 8, come il dire Aspi 80; sicchè i cinque termini proposti nel quesito, realmente non ne costituiscono che tre soli, come appunto nella definizione della Proporzione composta abbiam di sopra indicato.

Fatto questo si opera come nella Proporzione diretta semplice, moltiplicando il secondo col terzo termine, che quì darà 96000, e dividendo il prodotto pel primo termine, da cui quì s' avrà il quoto libbre 1713 $\frac{2}{7}$ esprimente il quarto termine ricercato. Ecco tutta l' operazione:

Mul. 8. Aspi 7 | Lib. 1200 | Mul. 10. Aspi 8
8   8

Divisore 56   80 III. Term.
1200 II. Term.

Quoto. Lib. 1714 $\frac{15}{50}$ 0 $\frac{2}{7}$ 96000 Dividendo
400
80
240
16 avanzo

Nella *proporzione composta inversa* conviene similmente prima ridurre nella succennata maniera tutti i termini a tre soli, indi come nella proporzione semplice inversa moltiplicare (giusta il primo modo, che è il più usitato) il primo col secondo termine, e dividere il prodotto pel terzo. Così il II. Quesito si scioglierà a questo modo:

Mul. 8. Aspi 7 | Gior. 25 | Mul. 10 Aspi 8.
8 8

I. Term. 56 80 Divisore
II. Term. 25

280 Quoto. Gior. $17\frac{40}{80}$ o $\frac{1}{2}$
112

Divid. 1400
600
40 avanzo

Nella *proporzione composta mista* si segnano prima al di sotto con una linea doppia i termini della medesima specie tanto del supposto, quanto della domanda, che sono in ragione inversa col termine medio; poi si cambiano i termini segnati, trasportando quelli della domanda al luogo del supposto, e viceversa; in seguito si moltiplican fra loro i termini dall' una e dall' altra parte per ridurre il quesito a tre soli; e finalmente si opera come nella proporzione semplice diretta.

Secondo queste regole il III. Quesito si scioglierà nel modo seguente:

Lib.

Lib. 100.Mul.6. | Gior.10 | Lib. 500 Mul. 12

Mul.	12	Mul.	6
Lib.	100	Lib.	500
Divisore	1200	III. Term.	3000
		II. Term.	10
Quoto. Gior.	25	Dividendo	300|00
			60
			60

Articolo IV.

Pruova.

NElla *proporzione composta diretta* la pruova si può fare in tutti e tre i modi accennati per la diretta semplice; ma per lo più si sceglie il secondo, cioè si cambia (dopo aver ridotti i termini a tre soli) il primo col terzo termine; si mette il quarto termine ritrovato in luogo del secondo, e si rifà l'operazione, da cui per quoto deve risultare il detto secondo termine.

Così nel I. Quesito ridotti e cambiati i termini avremo.

Aspi 80 | Libbre 1714 $\frac{2}{7}$ | Aspi 56.

o tralasciando la frazione avremo

Aspi 80 | Lib. 1714 | Aspi 56,

e aggiungendo al prodotto che sarà Lib. 95984, le Lib. 16 d'avanzo rimaste di sopra, poi dividendo le lib. 96000, che ne risultano, per gli Aspi 80, avrem per quoto Lib. 1200, che era il secondo termine del quesito.

Nel-

Nella *proporzione composta inversa* la pruova si fa similmente, dopo aver ridotti i termini a tre soli, come nella inversa semplice, sceglendo per lo più la seconda maniera.

Laonde nel II. Quesito ridotti, e cambiati i termini avremo

Aspi 80 | Giorni 17 $\frac{1}{2}$ | Aspi 56.

e fatta l'operazione s'avrà per quoto giorni 25.

Nella *proporzione composta mista* la pruova si fa come nella composta diretta.

Perciò nel III. Quesito ridotti, e cambiati i termini avremo

Lib 3000 | Giorni 25 | Lib. 1200.

e fatta l'operazione s'avrà per quoto giorni 10.

Un altro metodo però più sicuro per queste pruove è quello di cambiar la natura del quesito, sicchè per esempio nel I. Quesito invece di dire: *Se Mulini 8 di Aspi 7 han lavorato Libbre 1200, quante ne lavoreranno Mulini 10 di Aspi 8?* Si dica: *Se per lavorare in un dato tempo Libbre 1200: Mulini 8 avevano per ciascuno Aspi 7; per lavorarne Libbre 1714 $\frac{2}{7}$. Mulini 10 quanti Aspi dovranno avere per ciascheduno?*

L'intavolazione allora sarà

Lib. 1200 Mul. 8 | Aspi 7 | L. 1714$\frac{2}{7}$ Mul. 10

e risulterà un quesito di proporzione composta mista; poichè la maggior quantità di Libbre da lavorarsi richiede maggior quantità di Aspi, e perciò quelle sono in

ragion diretta: ma la maggior quantità di Mulini, per far lo stesso lavoro, ha bisogno di minor quantità di Aspi per ciascheduno, e perciò questi sono in ragione inversa.

Sciolto pertanto il quesito secondo le regole della Proporzione composta mista, risulterà per quoto, che i Mulini 10 debbono avere per ciaschedune Aspi 8, come si era supposto nella prima operazione. Lib.1200 Aspi 7 | Mul.8 | Lib. 1714 $\frac{2}{7}$ Aspi 8 e avremo un altro quesito di Proporzione composta mista; poichè più son le Libbre da lavorarsi, e più Mulini richieggono; ma quanto più Aspi ha ciascun Mulino, tanto minor numero di questi è necessario; e sciolto il quesito secondo le proposte regole, si troverà che i Mulini debbono esser 10.

Per esercizio aggiugneremo quì alcuni altri quesiti di tutte e tre le specie di Proporzione composta.

Articolo V.

Quesiti di Proporzione composta diretta.

Per dare un' idea del modo con cui un quesito può rendersi più composto di mano in mano, avanti di passare ad altri, ripiglieremo il I. Quesito, il quale era di cinque termini, e vedremo come coll' aggiunger varie circostanze possa diventar di sette, di nove, di undici.

Quesito I. Supponiamo adunque che gli

Aspi dei primi 8 Mulini abbiano Fusi o Rocchetti 9 per ciascheduno, e quelli degli altri 10 Mulini abbiano per ciascuno 8 fusi, nascerà un quesito di sette termini, o una Regola del sette, che s'intavolerà, e scioglierà a questo modo:

M. A. F. | Libbre | M. A. F.
8. 7. 9. | 1200 | 10. 8. 8.
M. 8   F. 8.
———   ———
56   64
F. 9   M. 10
———   ———
504 Divisore   640 III. Term.
———   1200 II. Term.
———
768000. Dividendo
Quoto. L. 1543 $\frac{408}{504}$ o $\frac{17}{21}$ 2640
1200
1920
408

Quesito II. Supponiamo oltreciò, che i primi 8 Mulini abbiano lavorato per 25 Giorni, e gli altri 10 debbano lavorare per 30 Giorni, ne verrà una Regola del nove, la quale così sarà intitolata:

M. A. F. G. | Libbre | M. A. F. G.
8. 7. 9. 25. | 1200 | 10. 8. 8. 30.

e moltiplicando da una parte il 25 pel 504 trovato di sopra, si avrà per primo termine 12600, moltiplicando dall'altra parte il 30 pel 640 si avrà il terzo termine 19200, che moltiplicato pel secondo darà il prodotto 23040000, il qual diviso per 12600 darà

darà per quoto Lib. 1828 $\frac{72}{128}$.

Quesito III. Supponiamo finalmente di più, che i primi 8 Mulini lavorassero 11 ore per giorno, e gli altri 10 debbano lavorare 15 ore per giorno, ne verrà una regola dell' undici, la quale s' intavolerà nel modo seguente:

M. A. F. G. O. | Libb. | M. A. F. G. O.
8. 7. 9. 25. 11. | 1200 | 10. 8. 8. 30. 15

e moltiplicando da una parte l' 11 pel 12600 trovato di sopra, s' avrà il primo termine 138600, moltiplicando dall' altra parte il 15 pel 19200 si avrà il terzo termine 288000, che moltiplicato pel secondo darà il prodotto 345600000, il qual diviso per 138600 darà per quot. Lib. 2493 $\frac{702}{1386}$.

Passiamo ora ad altri Quesiti.

Quesito IV. " Quanti Mattoni si richiederanno per fare il pavimento di una Sala lunga braccia 45 once 7, larga braccia 38 on. 4, se per un' altra lunga braccia 40 on. 8, larga braccia 35, once 2, si sono impiegati Mattoni 7600 "?

Qui l' intavolazione sarà:

Lungh. Largh. | Matt. | Lungh. Largh.
B.40.8. B.35.2. | 7600. | B 45.7. B.38.4

E riducendo prima le braccia ad once, avremo:

Lungh. Largh. | Mattoni | Lung. Largh.
On.488 On.422 | 7600. | On.547. O.460

Poi moltiplicando dall' una, e dall' altra parte la lunghezza per la larghezza, onde aver l' aree delle due Sale, a cui deve essere proporzionato il numero de' Mattoni, avremo: On.

Riducendo il quesito a tre termini

9000 | Libb. 500 | 26000

Prod. del sec. nel 3zo term. .. Lib. 18000000

Quoto della div. pel primo . . Lib. 2000.

Quesito VIII. *Un Muro lungo Braccia 120, alto B. 4 $\frac{1}{2}$ è stato fabbricato da un dato numero di persone in giorni 15, si cerca in quanti giorni verrà fabbricato dalle medesime un altro Muro lungo Braccia 130, alto Braccia 5?*

Lungh. Altezza	Giorni	Lungh. Altezza
B. 120 B. 4 $\frac{1}{2}$	15	B. 130 B. 5

Riducendo le due altezze a mezze Braccia

Lungh. Alt.	Giorni	Lungh. Alt.
129 9	15	130 10

Riducendo il quesito a termini

1080 | Giorni 15 | 1300

Prod. del secondo nel terzo term. . . 19500.

Quoto della div. pel 1mo Gior. 18 $\frac{0}{108}$.

Articolo VI.

Quesiti di proporzione composta inversa.

Quesito I. *Una Galera a 36 remi ha compiuto un dato viaggio in 10 giorni, correndo ore 10 al giorno: si domanda in quanti giorni avrebbe fatto lo stesso viaggio con 40 remi, correndo ore 8 al giorno?*

Rem. 36 Or. 10 | Gior. 10 | Rem. 40 Or. 8

Riducendo il quesito a tre termini

360 | Gior. 10 | 320

Prod. del 1mo. nel 2do. term. Gior. 3600.

Quoto della div. pel 320. Gior. 11 $\frac{8}{32}$ o $\frac{1}{4}$.

Quesito II. " Lampade 20 da 3 lucignoli

per

per ciascuna consumano lo 10 mesi 75 pesi d' olio; in quanto tempo consumeranno lo stesso olio Lampade 16 da 4 lucignoli "?

Quì la quantità dell' olio dovendo esser la stessa non entra in conto. L' intavolazione è adunque:

Lamp. 20. Luc. 3 | Mes. 10 | Lamp. 16. Luc. 4

Riducendo il quesito a tre termini

60 | Mes. 10 | 64

Prod. del 1mo. nel 2do. term... Mes. 600.

Quoto della divisione pel terzo... Mes. 9 con 24 d' avanzo.

Quesito III. In 6 giorni 10 uomini hanno scavata una fossa lunga braccia 400, alta braccia 1, larga braccia 1 $\frac{1}{2}$: si domanda se la fossa avesse dovuto aver l' altezza di braccia 3 $\frac{1}{4}$, e la larghezza di braccia 1 $\frac{1}{6}$, quante braccia di lunghezza ne avrebbero scavato gli stessi uomini nello stesso tempo "?

Quì gli uomini, e i giorni, dovendo esser gli stessi, non entrano in conto. L' intavolazione è adunque.

Alt. Largh. | Lungh. | Alt. Largh.

B. 2. B. 1 $\frac{1}{2}$ | B. 400. | B. 3$\frac{1}{4}$ B. $\frac{9}{8}$

Riducendo dall' una e dall' altra parte l' altezza a quarti, e la larghezza a ottavi di braccio

Alt. 8. Larg. 12 | Lungh. 400 | Alt. 13. Largh. 9

Riducendo il quesito a tre termini.

96 | Lungh. 400 | 117

Prod. del 1. nel 2. term. Lungh. B. 38400

Quoto della divis. pel terzo ... Lungh. B. 328 con 24 d' avanzo.

Que-

Quesito IV. " Nel fare un'opera 80 Lavoratori hanno impiegati 16 giorni lavorando ora 15 al giorno, in quanto tempo l'avrebber finita 68 Lavoratori faticando ore 10 al giorno "?

Lav. 80 Or. 15 | Gior. 16 | Lav. 68 Or. 10
Riducendo il quesito a tre termini:
1200 | Gior. 16 | 68
Prod. del 1mo. nel 2do. term. Giorn. 19200
Quoto della divis. pel 3zo. . Gior. 28. $\frac{16}{68}$.

Articolo VII.

Quesiti di proporzione composta mista.

Quesito I. " In quanto tempo col capitale di lir. 20000 si guadagneranno lir. 1100, se col capitale di lir. 36000 si son guadagnate lir. 3456 in 8 anni "?

Quì i guadagni sono in ragion diretta degli anni, i Capitali in ragion inversa, poichè quanto maggiore è il Capitale, tanto men tempo richiedesi per aver lo stesso guadagno. L'intavolazione adunque, ed il trasporto de' termini sarà:

Capitale Frut. | | Capitale Frut.
lir. 36000 lir. 3456 | An. 8 | lir. 20000 lir. 1200

lir. 20000. lir. 36000
Riducendo il quesito a tre termini
lir. 69120000 | An. 8 | lir. 43200000
Prod. del 2. nel 3. term... An. 345600000
Quoto della divisione pel primo .. An. 5.

Quesito II " Qual Capitale dovrà impiegarsi, perchè in 5 anni frutti lir. 2500,

se un Capitale di lir. 15000 ha fruttato in 3 anni lir. 1600 "?

Quì i Frutti sono in ragion diretta, e gli anni in ragion inversa de' Capitali. L' intavolazione adunque, e il trasporto de' termini sarà:

Frutto	Anni	Capitale	Frutto	Anni
lir.1600	3	lir.15000	lir.2500	5
	5			3

Riducendo il quesito a tre termini

8000 | lir. 15000 | 7500

Prod. del 2. nel 3. term... lir. 112500000
Quoto della div. pel 1mo... lir. 14062. 10

QUESITO III. *Sono state consumate da un certo numero di Cavalli centinaja 6300 di fieno in mesi 8 giorni 8, distribuendone per ciascun Cavallo libbre 18 ogni 2 giorni; si domanda quanti erano i Cavalli?*

Fieno	Tempo	Cavalli	Fieno	Tempo
Lib.18	Gior.2	1	Cent.6300	M.8G.8

Riducendo prima le Centinaja a Libbre, e i Mesi a Giorni, poi trasportando i termini, giacchè la quantità di Fieno consumato è qui in ragion diretta del numero de' Cavalli, e il tempo in ragione inversa:

Fieno	Tempo	Cavalli	Fieno	Tempo
Lib. 18	G. 2.	1	Lib.630000	G.248
	248			2

Riducendo il quesito a tre termini

4464 | Cav. 1 | 1260000

Il

Il Prodotto del secondo nel terzo termine quì resterà 1260000, e il quoto della divisione nel primo darà Cav. 282 con un residuo di $\frac{1158}{4464}$ o $\frac{9}{31}$ indicante, che a qualcun de' Cavalli è toccata qualche piccola porzione di più delle Libbre 18 ogni 2 giorni.

Quesito IV. *Br. 15 di panno alto Br. 2 $\frac{1}{4}$ sono costate lir. 307. 10; altre B. 12 di panno d' egual qualità, ma di diversa altezza sono costate l. 287. si domanda qual altezza quest' ultimo doveva avere?*

Quì il prezzo sarà in ragion diretta dell' altezza, e il numero delle Braccia in ragion inversa. L' intavolazione, e il trasporto de' termini sarà adunque:

B. 15. lir. 307. 10 | Alt. 2 $\frac{1}{4}$ | B. 12. lir. 287

12   15

Riducendo il Quesito a tre termini

3690 | Alt. 2 $\frac{1}{4}$ | 4305

Prod. del 2. nel 3. term. . . B. 9686 $\frac{1}{4}$

Quoto della div. pel primo . . Br. 2 con un avanzo di 2306 $\frac{1}{4}$, che ridotto a frazione, poi diviso per 3690, e finalmente schizzato equivale a $\frac{5}{8}$.

Quesito V. *Braccia 400 di Stoffa alta Braccia 2 sono state fabbricata da persone 15 in giorni 12; si domanda di qual altezza saranno Br. 550, che debbano fabbricarsi da persone 10 in giorni 20?*

Quì il numero delle Persone e de' Giorni sarà in ragion diretta dell' altezza della Stoffa, ma il numero delle Braccia, sarà

 in

in ragione inversa. L' intavolazione del quesito, e il trasporto dei termini sarà adunque:

Brac. Pers. Gior.	Alt.	Brac Pers. Gior.
400 15 12	2	550 10 20
==		==
550		400

Riducendo il Quesito a tre termini

99000 | Ait. 2 | 80000

Prod. del 2. nel 3. term. . . B. 160000

Quoto della div. pel 1. . . Br. 1. On. 7. $\frac{39}{99}$

Quesito VI. " Uomini 16 in giorni 20 lavorando ore 8 al giorno hanno fabbricata una Muraglia lunga braccia 600, larga braccia 2, alta braccia 8; si ricerca in quanti giorni sarà fabbricata un'altra Muraglia lunga braccia 750, larga braccia 1 $\frac{1}{2}$, alta braccia 9 da uomini 28 lavorando ore 10 al giorno"?

Quì la lunghezza, larghezza, ed altezza della Muraglia quanto è maggiore richiede tanto maggior numero di giorni per fabbricarla, ed è perciò in ragion diretta; ma il numero degli uomini, e delle ore di lavoro, quanto è maggiore richiede tanto minor numero di giorni, e perciò è in ragione inversa. L' intavolazione del quesito, e il trasporto de'termini sarà adunque:

U. O. Lun. Lar. Al.	Gior.	U. O. Lun. Lar. Alt.
16 8 600 2 9	20	28 10 750 2 $\frac{1}{2}$ 9
== ==		== ==
2 10		16 8

Riducendo il quesito a tre termini

2688000 | G. 20 | 1296000

Prod.

Prod. del 2. nel 3. term... Gior. 25920000
Quoto della div. pel primo .. Gior. 9
col residuo 1728, il qual moltiplicato per le ore 10, che i 28 uomini debbono lavorare ogni giorno, e diviso per 2688, darà ore $6\frac{1152}{2688}$, ossia ore 6 minuti $25\frac{10}{14}$ o $\frac{5}{7}$.

La Muraglia adunque si compità lavorando ore 10 per giorni 9 di seguito, e ore 6 minuti 25 $\frac{5}{7}$ nel decimo giorno.

CAPO IV.

Della Proporzione moltiplice.

LA proporzione moltiplice è la concatenazione di più proporzioni semplici, ossia è l'unione di più rapporti successivi che separati formerebbero varie proporzioni semplici. In questa proporzione i termini dati debbon essere almeno cinque; ma sempre un solo di loro è quel che fa la domanda.

Allorchè i termini dati son cinque, essa contiene due proporzioni semplici; quando son sette ne contien tre; e così successivamente. Il tutto si farà più chiaro da' seguenti esempi:

Quesito I. " Uno per B. 50 di panno ha avuto in cambio Libbre 36 di Seta, in seguito per Libbre 42 di Seta ha avuto Br. 650 di Tela: si domanda quanta Tela avrà per B. 93 $\frac{3}{4}$ di panno "?

Volendo sciogliere questo quesito con due proporzioni semplici, si dirà in primo luogo: se Lib. 36 di Seta corrispondono à

 B.50

B. 50 di panno, Lib. 42 di Seta a quante B. di panno corrisponderanno? E fatta l' operazione si troverà che corrispondono a B. 58 $\frac{1}{3}$.

Poi si dirà in secondo luogo: se braccia 58 $\frac{1}{3}$ di panno corrispondono a braccia 650 di Tela, braccia di panno 93 $\frac{3}{4}$ a quante braccia di Tela, corrisponderanno? E fatta l' operazione si troverà che corrispondono a braccia 1044 $\frac{45}{70}$ o $\frac{9}{14}$.

Volendo sciogliere invece questo quesito con una sola proporzione moltiplice, per intavolarla conviene riserbare in ultimo luogo il termine che fa la domanda, cioè braccia di panno 93 $\frac{3}{4}$, poi mettere in primo luogo il suo simile, cioè braccia di panno 50, in secondo luogo il valore di questo, cioè libbre 36 di Seta, in terzo luogo il suo simile, cioè Libbre 42 di Seta, in quarto luogo il valore di questo, cioè Braccia di Tela 650 (collo stesso ordine si proseguirebbe se i termini dati fossero sette o nove o undici ec.); finalmente in ultimo luogo il termine che fa la domanda. L' intavolazione sarà adunque:

Panno	Seta	Seta	Tela	Panno
B. 50	L.36	L.42	B.650	B.93 $\frac{3}{4}$

Intavolato il quesito si segnano con una linea o in altro modo tutti i termini conseguenti, cioè quelli che esprimono il valore del rispettivo loro antecedente, incominciando dal secondo a sinistra, e segnando alternatamente l' un sì e l' altro no quei che vengono alla destra, sicchè l' ultimo se-

segnato sia il penultimo dell' intavolazione. Noi qui li distingueremo col carattere corsivo.

Panno	*Seta*	Seta	*Tela*	Panno
B 50	L. 36	L. 42	B. 650	B. 93 $\frac{3}{4}$

Fatto ciò si moltiplican fra loro tutti gli antecedenti; cioè i termini non segnati (escluso l' ultimo), e il lor prodotto dà il primo termine della regola del tre, poi si moltiplican fra loro tutti i conseguenti, cioè i termini segnati, e il lor prodotto dà il secondo termine; finalmente l' ultimo, cioè quel che fa la domanda, sarà il terzo termine, e moltiplicato secondo il solito il secondo col terzo termine, e diviso il prodotto pel primo, si avrà per quoto il termine ricercato.

In pratica per maggior speditezza si scrivono sotto al primo termine dell' intavolazione, e si moltiplicano un dopo l' altro tutti gli antecedenti, e ciò dà il divisore; si scrivono sotto all' ultimo termine dell' intavolazione, e si moltiplicano un dopo l' altro tutti i conseguenti, e ciò dà il dividendo; e fatta poi la divisione si ha per quoto il termine che si ricerca.

Resta ad avvertire, che se fra i termini simili alcuno contien dei numeri di diversa specie, o dei rotti, conviene prima di tutto ridurli amendue alla medesima specie. Così in questo esempio converrà innanzi tutto ridurre il primo e l' ultimo termine a quarti di braccio moltiplicandoli per 4 (1).

 Pan-

(1) E' da osservare che la riduzione qui ac-

Panno Br. 50	*Seta* L. 36	Seta L. 42	*Tela* Br. 650	Panno Br. 93¾
4				4

200 Panno
42 Seta

84|00 Divisore

Quoto Br. 1044 $\frac{54}{84}$ o $\frac{9}{14}$

Panno 375
Tela 650

18750
2250

243750
Seta 36

1462500
731250

Dividendo 87750|00
375
390
54 avanzo

Per farne la pruova 1 si mettono i conseguenti al luogo degli antecedenti, incominciando dall' ultimo conseguente a destra, e ve-

---

accennata propriamente è necessaria soltanto quando è alcuno degli antecedenti che contiene de' numeri di diversa specie, o pe' rotti, essendo gli antecedenti quelli che formano il divisore, il quale deve sempre essere un numero intero; ma se i numeri di diversa specie, o rotti si trovano ne' conseguenti, o nell' ultimo termine che formano il dividendo, la riduzione non è sempre necessaria; e diffatti il proposto quesito può sciogliersi anche senza di essa.

venendo di mano in mano a sinistra : 2 per ultimo termine, cioè per quello che fa la domanda, si mette il ritrovato : 2 rifatta l'operazione dovrà uscire per quoto l' ultimo termine dell' operazione precedente, Ecco l' operazione per esteso.

Tela	*Seta*	Seta	*Panno*	Tela
Br.650	L.42	L.36	Br.50	Br.1044 $\frac{5}{24}$

```
    14                                14
  ------                           ------
  2600                              4185
   650                              1044
  ------                           ------
  9100 Tela               Tela     14625
    36 Seta               Panno       50
  ------                           ------
  54600                           731250
  27300                   Seta        42
  3276|00 Divisore                 ------
                                 1462500
Quoto . Br. 93 2457/3276 0 3/4   2925000
                                 -------
                  Dividendo 307125|00
                              12285
                               2457 avanzo
```

Aggiugneremo per esercizio un secondo Quesito di nove termini.

QUESITO II. *Dato, che Libbre 131 $\frac{1}{4}$ di Lione facciano Libbre 194 $\frac{1}{4}$ di Mantova, che Libbre 86 $\frac{1}{2}$ di Mantova facciano Libbre 66 $\frac{2}{3}$ di Torino, che Libbre 150 di Torino facciano Libbre 174 $\frac{1}{2}$ di Genova, finalmente che Libbre 218 di Genova facciano Libbre 238 di Milano: domandasi per lib-*

 bre

bre 360 di Lione quante Libbre si avranno di Milano.

Intavolazione

Lio.	*Man*	Man	*Tor*	Tor	*Gen*	Gen	*Mil.*	Lio
131¼	194½	86½	166⅔	150	174½	218	238	360

Riducendo i termini simili alla stessa specie

Lio	*Man*	Man	*Tor.*	Tor.	*Gen.*	Gen.	*Mil.*	Lio.
527	389	173	200	450	349	436	236	1440

Per abbreviare in progresso l'operazione, se un antecedente e un conseguente, o se un antecedente e l'ultimo termine sono esattamente divisibili per lo stesso numerò, si fa la divisione, e in loro luogo si pongono i quozienti. Così in quest'esempio dividendo il conseguente, e l'antecedente di Torino per 50, avremo 4, e 9; poi tornando a divider per 9 questo antecedente di Torino, e l'ultimo termine, avremo 1, e 160; finalmente dividendo per 4 l'antecedente di Genova, e il conseguente di Milano, avremo 109, e 59. Fatte queste sostituzioni l'intavolazione diventerà:

Lio	*Man.*	Man	*Tor.*	Tor	*Gen.*	Gen.	*Mil*	Lio.
527	389	173	4	1	349	109	59	160

Dopo ciò moltiplicando fra loro tutti gli antecedenti risulterà il primo termine, o divisore 9937639, moltiplicando per l'ultimo termine tutti i conseguenti, risulterà il dividendo 5126335360, e fatta la divisione s'avrà per quoto, o termine ricercato Libbre di Milano 515, col residuo 8451275, che moltiplicato per 12, e nuovamente diviso darà once 10, e quasi $\frac{3}{9}$.

La pruova si farà nel modo sopra accennato.

Da

Da alcuni Aritmetici oltre alla proporzione moltiplice diretta aggiugnesi anche la moltiplice inversa. Ma siccome gli esempj ch'essi propongono, tutti riduconsi ad una proporzione composta o inversa, o mista; così non possono appartenere alla moltiplice.

Altri esempj di questa si recheranno nel Merito, e Sconto doppio, e nei ragguagli di Monete, Pesi, e Misure, dov' essa è di maggior uso.

SEZIONE III.

Dei Conti di Annualità e d' Interessi.

SOtto a questa classe, per la relazione, che han fra loro, sei cose noi ridurremo, cioè il *Merito*, lo *Sconto*, i *Conti scalari*, le *Locazioni*, gli *Adequati d' interesse e di tempo*, e gli *Adequati di crediti e debiti vicendevoli*.

CAPO I.

Del Merito.

PEr Merito s'intende il frutto, o l'interesse che rende un capitale impiegato a un tanto per cento all' anno, o al mese, o ogni sei mesi. ec.

Due specie di merito si distinguono, cioè *Merito semplice*, e *Merito doppio*.

Il Merito è *semplice*, quando si esige il frutto del solo capitale.

Il Merito è *doppio* (e dicesi anche *merito composto*, o *merito di merito*, o *frutto di frutto*, o *interesse d' interesse*, o *merito a capo d' anno*), quando si esige il frutto e del capitale, e degl'interessi scaduti, cioè quando gl' interessi non pagati a la fine dell' anno si mettono a conto di capitale per l' anno seguente.

Articolo I.

Merito semplice.

Intorno al merito semplice ora basta una sola regola di proporzione semplice, ora vi si richieggono o due Proporzioni semplici, o una Proporzione composta.

1. Allorchè cercasi qual rendita annua debba dare un capitale impiegato a un tanto per cento, a ciò basta una semplice proporzione diretta, di cui il primo termine è 100, il secondo è l' interesse convenuto, il terzo è il capitale impiegato. Per esempio:

Quesito I. *Qual sarà la rendita annua di lir. 6500 al 4 per cento?*

Quì dicasi: Se lir. 100 in un anno rendono lir. 4; lir. 6500 quanto renderanno? e il quarto termine sarà lir. 260.

lir. 100 | lir. 4 | lir. 6500
Prod. del 2do. nel 3zo. term. .. lir. 26000
Quoto della div. pel primo . . . lir. 260

Per trovare il quarto termine quì basta an-

ancora moltiplicare il capitale per l'interesse convenuto, e dal prodotto tagliar le ultime due cifre, il che equivale alla divisione per 100. Così moltiplicando lir. 6500 per 4 abbiamo lir. 26000, e da queste tagliando le ultime due cifre, abbiamo immediatamente lir. 260.

AVVERTIMENTO. Se le ultime due cifre contengono qualche numero, questo si moltiplica per 20, e dal prodotto tagliando le due ultime cifre, restano i soldi da aggiungersi alle lire.

Se quì pure le due ultime cifre esprimono qualche numero, si moltiplica esso per 12, e tagliando le due ultime cifre del prodotto, restano i denari da aggiungersi ai soldi.

Finalmente se anche queste due ultime cifre contengono qualche numero, esso esprime i centesimi di un denaro, che si trascurano.

Ecco di ciò pure un esempio.

QUESITO II. *Quanto renderà all'anno un capitale di lir. 6545 a lir. 4 10 per 100?*

Fatta l'operazione, come vedesi quì accanto, la rendita annua risulterà a lir. 294. 10. 6.

```
lir. 6545
        4. 10
     26180
      3272. 10
lir. 294|52. 10
        20
sol. 10|50
        12
den. 6|00
```

2. Se cercasi invece da qual capitale impiegato a un tanto per 100 possa aversi annualmente una data rendita, il primo termine sarà l'interesse convenuto, il secondo sarà 100, il terzo la rendita desiderata. Per esempio:

Quesito III. *Da qual capitale al 4 per 100 potrà aversi annualmente la rendita di lir. 260?*

lir. 4 | lir. 100 | lir. 260
Prod. del 2do. nel 3zo. term. .. lir. 26000.
Quoto della div. pel primo . . . lir. 6500.

Quì pure basta alla rendita desiderata aggiugnere due zeri, e dividere il prodotto per l'interesse convenuto.

13. Se dato il capitale, e la rendita annua cercasi a qual interesse per 100 il capitale debba impiegarsi; il primo termine sarà il capitale, il secondo la rendita annua, il terzo sarà 100. Per esempio:

Quesito IV. *A qual interesse per 100 dovranno impiegarsi lir. 6500, perchè rendano annualmente lir. 260?*

lir. 6500 | lir. 260 | lir. 100
Prod. del 2do. nel 3zo. term. .. lir. 26000
Quoto della div. pel primo . . . lir. 4

Qui parimente basta alla rendita annua aggiugnere due zeri, e dividere il prodotto pel capitale.

14. La rendita di un mese si ha dividendo quello d'un anno per 12; la rendita di un giorno si ha dividendo quella d'un mese per 30, o quella d'un anno per 360: dove è da notarsi, come già altrove si è avvertito, che nei conti d'annualità ogni mese si considera come composto di 30 giorni, e ogn'anno come di 360 giorni.

Quindi a cagion d'esempio il frutto di un capitale impiegato al 6 per 100, sarà soldi 10 al mese, e denari 4 al giorno per ogni 100 lire.

15. Se

5. Se vorrà sapersi il frutto di più mesi, e più giorni, ciò si potrà conseguire in due maniere. Per esempio:

Quesito V. *Quanto renderanno in mesi 3 giorni 10 lir. 6500 impiegate al 4 per cento?*

I. *Maniera*. Si cerchi prima la rendita di un anno, che quì è lir. 260, poi riducendo l'anno, e i mesi a giorni s'istituisca questa regola di proporzione: Se giorni 360 dan lir. 260; giorni 100 quanto daranno? e fatta l'operazione s'avrà pel 4to termine ricercato lir. 72. 4. $5 \frac{1}{3}$.

II. *Maniera*. Volendo sciogliere il Quesito con una sola operazione, s'istituisca una regola di proporzione composta diretta, dicendo: Se lir. 100 in giorni 360 dan lir. 4; lir. 6500 in giorni 100 quanto daranno? e fatta l'operazione risulterà il medesimo quoto lir. 72. 4. $5 \frac{1}{3}$.

6. Nelle stesse due maniere si troverà il frutto di qualunque capitale impiegato a qualunque interesse, e per qualunque numero d'anni, mesi, e giorni. Per esempio:

Quesito VI. *Qual sarà il frutto di un capitale di lir. 6000 al 5 per 100 in anni 2 mesi 9 giorni 15?*

I. *Maniera*. Si cerchi il frutto d'un anno, che operando come nel quesito I. e II., si troverà essere lir. 300, poi si dica: Se anno 1 dà lir. 300, anni 2 mesi 6 giorni 15 quanto daranno? e moltiplicando le lir. 300 per gli anni 2 avremo lir. 600, poi prendendo per mesi 6 la metà di lir. 300 avremo lir. 150; finalmente per giorni

ni 15 che sono la dodicesima parte di mesi 6 prendendo il dodicesimo di lir. 150 avremo lir. 12. 10; e facendo la somma, il frutto totale risulterà a lir. 762. 10.

II. *Maniera*. Si instituisca una regola di Proporzione composta diretta, dicendo: Se lir 100 in anno 1 dan lir. 5; lir. 6000 in anni 2 mesi 6 giorni 15 quanto daranno?

Cap. Tempo	Frutto	Cap. Tempo
lir. 100. an. 1	lir. 5	lir. 6000. an. 2. 6. 15

Riducendo il quesito a tre termini

lir. 100 | lir. 5 | lir. 15250

Prod. del 2do. nel 3zo. term. .. lir. 76250

Quoto della div. pel primo.. lir. 762. 10

7. Se dato l' interesse per 100, e il frutto avuto dopo un dato numero di anni, mesi, e giorni; cercasi il capitale impiegato, allora nasce una Proporzione composta mista. Per esempio:

Quesito VII. *Da un capitale impiegato al 5 per 100 si son ricavate lir. 762. 10 in anni 2 mesi 6 giorni 15; domandasi qual fosse il capitale?*

Quì convien dire: Se il frutto lir. 5 in anno 1 viene dal capitale lir. 100; il frutto lir. 762. 10 in an. 2. 6. 15 da qual capitale deve essere provenuto? e l' intavolazione sarà:

Frut. Temp.	Cap.	Frut. Tempo
lir. 5. an. 1.	lir. 100	lir. 762. 10 an. 2. 6. 15.

Che questa proporzione sia mista si scorgerà osservando, che il frutto cresce a proporzione che il capitale è maggiore, e perciò è in ragione diretta; ma il tempo per ave-

avere un dato frutto diminuisce a proporzione che il capitale è maggiore, e perciò è in ragione inversa. Trasportando adunque i termini s' avrà:

Frut. Tempo	Cap.	Frut.	Tempo
lir. 5. an. 1.	lir. 100	lir. 762.	10 an. 2. 6. 15

== ==   == ==
2. 6. 15   1.

Riducendo gli anni a giorni
lir. 5. gior. 915 | lir. 1000 | lir. 762. 10 gior. 360
Riducendo il quesito a tre termini
lir. 4575 | lir. 100 | lir. 274500
Prod. del 2do. nel 3zo. term. lir. 27450000
Quoto della div. pel primo lir. 6000

§. 8. Se dato il capitale, il frutto ricavato, e l' interesse per 100 cercasi il tempo, per cui il capitale è stato impiegato, ne viene un' altra proporzione composta mista. Per esempio:

Quesito VIII. *Da un capitale di lir. 6000 impiegato al 5 per 100 si sono avute a conto d' interesse lir. 762. 10; domandasi per quanti anni sia questo interesse?*

Qui si dirà: Se lir. 5 frutto del capitale lir. 100 corrispondono ad anno 1; l. 762 10 frutto del capitale l. 6000 a quanti anni corrisponderanno? e l' intavolazione sarà:

Frut. Cap.	An.	Frut. Cap.
lir. 5 lir. 100	1	lir. 762. 10 lir. 6000

Che la proporzione anche qui sia mista, si conoscerà osservando che un maggior frutto richiede un maggior numero d' anni, e perciò è con questi in ragion diretta; ma un maggior capitale, per avere uno stesso frut-

frutto, richiede un minor numero d' anni, e perciò è con questi in ragione inversa.

Trasportando adunque i termini avremo

Frut. Cap.	An.	Frut. Cap.
lir. 5. lir. 100	1	l. 762. 10. lir. 6000
lir. 6000		lir. 100

Riducendo il quesito a tre termini
lir. 30000 | an. 1 | lir. 76250
Prod. del 2do. nel 3zo. term. ... an 76250
Quoto della div. per 1mo. an. 2. m. 6. g. 15.

9. Con questo medesimo, dato il capitale, e l' interesse per 100. si troverà in quanto tempo il capitale verrà raddoppiato.

Sia come sopra il capitale lir. 6000 al 5 per 100. Si dirà: se lir. 5 si ricavan da lir. 100 in anno 1; lire 6000 in quanto tempo si' ricaveranno da lir. 6000? L' intavolazione e il trasporto de' termini sarà:

Frut. Cap.	An.	Frut. Cap.
lir. 5 lir. 100	1	lir. 6000 lir. 6000
6000		100

e terminata l' operazione usciranno per quoto an. 20.

AVVERTIMENTO. Senza questa operazione però il tempo, in cui raddoppiasi il capitale, s'ottiene a dirittura dividendo il 100 per l' interesse dato. Così dividendo 100 per 5, abbiamo a dirittura anni 20; dividendo 100 per 4 abbiamo anni 25; dividendolo per 4 $\frac{1}{2}$ abbiamo anni 22 $\frac{2}{9}$ ec. E la ragione si è, perchè a raddoppiare il capitale richieggonsi tanti anni, quanti son ne-

necessarj, affinchè da ogni lire 100 di capitale siansi ricavate lire 100 d' interessi : laonde siccome moltiplicando l' interesse per gli anni dee risultar 100 ; così dividendo 100 per l' interesse, dee aversi il numero degli anni.

10. In tutti i precedenti quesiti noi ci siamo espressamente serviti del medesimo esempio, perchè si vegga, com' essi reciprocamente servono l'uno all'altro di pruova.

11. Se l' interesse invece di essere ad anno sarà a mese, i quesiti si scioglieran tuttavia colle medesime regole. Eccone due esempi:

Quesito IX. *Domandasi quanto frutterà in mesi 3 giorni 20 un capitale di lir. 90 a 3 danari per lira al mese?*

Si dica: Se lir. 1 in mese 1 dà 3 denari; lir. 90 in mesi 3 giorni 20 quanto daranno? e l' intavolazione sarà:

lir. 1. mes. 1 | den. 3 | lir. 90. mes. 3. 20

Riducendo il quesito a tre termini

1 | den. 3 | 330

Prod. del secondo nel 320. term. den. 990, ossia lir. 4. 2. 6.

Quesito X. *Se lir. 1. frutta 6 den. al mese, quante lire si richiederanno per fruttare 1 den. al giorno?*

Qui si dica: Se denari 6 in giorni 30 sono prodotti da lir. 1; denaro 1 in giorno 1 da quante lire verrà prodotto? e l' intavolazione sarà:

den. 6. gior. 30 | lir. 1 | den. 1. gior. 1.

Questa proporzione è composta mista, come nel Quesito VII. Tra-

Trasportando adunque i termini avremo:
den. 6 gior. 30 | lir. 1 | den. 1. gior. 1.

$$\frac{\quad}{1} \qquad \frac{\quad}{30}$$

Riducendo il quesito a tre termini

6 | lir. 1 | 30

Prod. del secondo nel terzo term. . lir. 30
Quoto della divisione pel primo . . lir. 5.

12. Dato l'interesse per 100 all'anno, si trova subito quanti denari renda la lira al mese, dividendo l'interesse per 5. Così a ragione di lir. 5 per 100 all'anno ogni lira rende den. 1 al mese, a ragione di lir. 6 per 100 ogni lira rende den. 1 $\frac{1}{5}$ al mese ec. Diffatti se lir. 100 in un anno rendono lir. 5, ossia soldi 10; lir. 1 renderà in un anno soldo 1, e come un soldo equivale 12 denari, con renderà 1 denaro ogni mese.

13. Dati viceversa i denari che rende la lira al mese, si troverà quante lire all'anno si cavino da lir. 100, vale a dire si troverà l'interesse per 100 all'anno, moltiplicando i detti denari per 5. Così se la lira rende den. 1 al mese, l'interesse sarà a ragione di lir. 5 per 100 all'anno; se la lira rende den. 2 $\frac{1}{2}$ al mese, l'interesse sarà a ragione di lir. 12. 10 per cento all'anno.

14. Dati similmente i denari che rende la lira al mese, si troverà in quanti anni il capitale verrà raddoppiato, dividendo anni 20 per l'interesse dato. Infatti se la lira rende den. 1 al mese; pel numero precedente, l'interesse sarà a ragione di lire

5 per

5 per 100 all' anno; ora pel numero 9. il capitale al 5 per 100 raddoppiasi in anni 20: e dividendo anni 20 per den. 1, il quoto resta appunto anni 20. Allo stesso modo si troverà, che se la lira rende den. 2 al mese, il capitale si raddoppierà in anni 10; se rende den. 2 $\frac{1}{2}$, si raddoppierà in anni 8 ec.

Articolo II.
Merito doppio.

Il merito doppio o merito composto o merito di merito ec. dicesi anche *merito a capo d' anno*; perchè allora il capitale si considera come prestato per un sol anno, a capo del quale se l' interesse non vien pagato, unendo il capitale coll' interesse si fa come un nuovo prestito di ciò che risulta, e così d' anno in anno.

Volendo adunque sapere in questi casi a quanto dopo un certo numero d' anni ascenda la somma fra capitale o interessi, operando nella maniera ordinaria, converrebbe formare tante proporzioni semplici, quanti son gli anni, cercando gl' interessi del primo anno, poi aggiugnendo questi al capitale, e cercando gl' interessi di amendue pel secondo anno, e così di seguito.

Ma per averne il risultato ad un tratto solo, basta far uso della proporzione moltiplice, dicendo: se lir. 100 nel primo anno diventano per esempio 105, se 100 di queste nel secondo anno diventano pur 105, se

se 100 di queste nel terzo anno diventano altro 105 (e così successivamente secondo il dato numero degli anni) ; quanto diventerà dopo questi anni il dato capitale unitamente ai suoi interessi ? Eccone alcuni esempi .

Quesito I. " Uno ha prestato a merito doppio un capitale di lir. 16000. in ragione del 5 per 100 all'anno ; domandasi quale dopo 3 anni sarà divenuta la somma fra capitale e interessi " ?

L' intavolazione sarà :

lir. 100 | 105 | l. 100 | 105 | l. 100 | 105 | l. 16000

La quale dividendo per 5 tanto gli antecedenti quanto i conseguenti diventerà :

lir. 20 | 21 | lir. 20 | 21 | lir. 20 | 21 | lir. 16000

Div. per 20 il 1mo anteced. e l'ult. term.

lir. 1. | 21 | lir. 20 | 21 | lir 20 | 21 | lir. 800

Divid. per 20 anche il 2do. antec. e l'ult. term.

lir. 1 | 21 | lir. 1 | 21 | lir. 20 | 21 | lir. 40

Divid. per 20 anche il 3zo. antec. e l'ult. term.

lir. 1 | 21 | lir. 1 | 21 | lir. 1. | 21 | lir. 2

Moltiplicando tutti i conseguenti coll' ultimo termine, e dividendone il prodotto per tutti gli antecedenti moltiplicati fra loro (che quì non danno che 1) avremo pel termine ricercato lir. 18522.

La pruova si fa ricercando nella prima maniera l' interesse del primo anno , che è lir. 800 , e aggiugnendolo al capitale che diventa lir. 16800 ; poi cercando l' interesse di queste pel secondo anno , che è lir. 840 , e aggiugnendolo al capitale che diventa lir. 17640 ; poi finalmente cercando l' inte-

te-

teresse di queste pel terzo anno che è lir. 882, e aggiugnendolo pure al capitale che diventerà lir. 18522, come sopra.

Quesito II. " Uno ha prestato come sopra un capitale di lir. 20000 coll' interesse del 6 per 100 all' anno; ricercasi quale dopo 3 anni e 4 mesi sarà la somma fra capitale e interessi "?

Quì l' interesse de' 4 mesi del quarto anno è lir. 2, sicchè lir. 100 diventano lir. 102. L' intavolazione sarà adunque:

l.100.|106| l.100|106|110|106| l.100|102| l.20000

Divid. per 2 gli anteced., e i conseguenti:

l.50|53| l.50|53| l.50|53| l.50|53| l.20000

Dividendo per 50 i primi due antecedenti: questi diventeranno lir. 1; e dividendo ogni volta per 50 anche l' ultimo termine, questo la prima volta diventerà lir. 400, la seconda volta lir. 8. L' intavolazione adunque si cambierà nella seguente:

l.1 |53| l.1 |53| l.50 |53| l.50|53| l.8.

Moltiplicando fra loro gli antecedenti s' avrà per divisore - - lir. 2500.

Moltiplicando tutti i conseguenti per l' ultimo termine s' avrà per divid. l. 60741816.

Fatta la divis. s' avrà per quoto lir. 24296 14, 6 $\frac{84}{150}$. La pruova si farà come sopra.

QUESITO III. A *prestò a B lir.5000 al 6 per 100 all' anno col patto però che l' interesse dovesse pagarsi di 6 in 6 mesi, e non pagandosi dovesse entrar in conto di capitale. Essendo passato un anno, e mesi 6 senza che B abbia pagato verun interesse, domandasi di quanto sarà debitore?*

Que-

Questo chiamasi *merito a capo di 6 mesi*. Or siccome nel caso presente l'interesse di sei mesi è lir. 3, così lir. 100 ogni semestre diventeran 103; ed essendo tre i semestri passati, si dirà:

l. 100 | $\overline{101}$ | l. 100 | $\overline{101}$ | l. 100 | $\overline{101}$ | l. 5000

Moltiplicando fra loro gli antecedenti s' avrà per divisore . . . lir. 1000000.

Moltiplicando i conseguenti per l'ult termine, s' avrà per dividendo lir. 5463635000.

Fatta la divisione s'avrà per quoto l. 5463. 12. 8 $\frac{2}{5}$.

La pruova si farà come sopra, ma procedendo di semestre in semestre invece di procedere di anno in an.

QUESITO IV. *Uno ha ricevuto in prestito lir. 60 coll' interesse di denari 2 $\frac{2}{5}$ per lira al mese, e col patto, che a capo d' ogni mese l' interesse non pagato entrasse in conto di capitale. Essendo passati 3 mesi senza pagar gl' interessi, domandasi quanto sia il suo debito fra capitale e interessi?*

L' interesse di den. 2 $\frac{2}{5}$ per lira al mese (moltiplicando 2 $\frac{2}{5}$ per 5, come si è insegnato a pag. 91) equivale a lir. 12 per 100 all' anno, e conseguentemente a lir. 1 per 100 al mese. Si dica adunque:

l. 100 | $\overline{101}$ | l. 100 | $\overline{101}$ | l. 100 | $\overline{101}$ l. 60

Moltiplicando fra loro gli antecedenti s' avrà per divisore . . . lir. 1000000.

Moltiplicando i conseguenti per l' ultimo termine s' avrà per divid. . . lir. 61818060

Fatta la divisione s' avrà per quoto l. 61 16. 4 $\frac{3344}{1\,90}$.

La

La pruova si farà come sopra procedendo di mese in mese coll' interesse di lir. 1 per 100 al mese.

QUESITO V. *In quanto tempo lir. 10000 di capitale coll' interesse del 6 per 100 a capo d' anno ascenderanno a lir. 12000?*

Veggasi prima a quanto monti il capitale di anno in anno, unendovi i suoi interessi.

Nel 1mo. anno ascenderà a l. 10600
Nel 2do. a - - - - - - l. 112,6
Nel 3zo. a - - - - - - l. $11910\frac{16}{100}$
Sottraendo quest'ult.cap. da l. 12000

Mancheranno ancora - - l. $89\frac{84}{100}$

Si cerchi ora l' interesse annuo di l. $11910\frac{16}{100}$ che si troverà essere l. $714\frac{6096}{10000}$,

Poi si dica: Se l. $714\frac{6096}{10000}$ son l' interesse di mesi 12; lir. $88\frac{84}{100}$ di quanti mesi saran l' interesse? e per quarto termine s' avrà mese 1, giorni 15 coll' avanzo 1849680, che volendosi ridurre ad ore, e minuti dà ore 6 minuti 12 $\frac{2}{3}$ incirca.

Il suddetto capitale pertanto ascenderà a lir. 12000. in anni 3, mesi 1, giorni 15, ore 6, minuti 12 $\frac{2}{3}$ incirca.

QUESITO VI. *In quanto tempo raddoppiasi un capitale col merito a capo d' anno?*

Qualunque sia il capitale, e qualunque l' annuo interesse, veggasi primieramente quante volte quest' interesse stia nel numero 72; giacchè il quoto (come può verificarsi alle pruove) dà prossimamente il numero degli anni, in cui il capitale vien raddoppiato. Ciò posto per aver poi que-

sto tempo con precisione si proceda nella maniera seguente.

Suppongasi che il capitale sia lir. 100 al 10 per 100. Il 10 in 72 sta 7 volte e $\frac{2}{10}$. Or cerchisi colla regola del quesito I. a quanto ascenderà questo capitale co' suoi interessi in anni 7. La somma sarà lir. 194 $\frac{871171}{1000000}$, e per giugnere alle lir. 200 mancheranno lir. 5 $\frac{128829}{1000000}$.

Per trovare in quanti mesi la somma delle lir. 200 sarà compiuta, cerchisi l' interesse annuo della predetta somma di lir. 194 ec. che si troverà essere l. 19 $\frac{447117}{1000000}$; poi dicasi: Se questo interesse ricavasi in mesi 12; in quanti mesi si avrà l' interesse di lir. 5 $\frac{128829}{1000000}$? e il quarto termine sarà mesi 3, giorni 4 coll'avanzo 1439042, che volendosi ridurre ad ore e min., darebbe ore 17 min. 43 in circa.

Qualunque capitale pertanto impiegato al 10 per 100 col merito a capo d' anno si raddoppierà in anni 7, mesi 3, giorni 4 ec.

Nella stessa guisa si troverà in quanto tempo col merito a capo d'anno verrà raddoppiato un capitale a qualunque altro interesse.

CAPO II.

Dello sconto.

Lo sconto è direttamente contrario al merito; poichè laddove col merito a cagion d'esempio del 5 per 100 un capitale di lir. 100 in un anno diventa lir. 105; collo sconto del 5 per 100 all' incontro il ca-

capitale di lir. 105 ritorna 100.

Lo sconto si usa principalmente allor quando uno essendo creditore di una data somma da pagarsi dopo un dato tempo, per avere il pagamento anticipato accorda al debitore la deduzione di un tanto per 100 all'anno.

Che in questo caso non debba la deduzione farsi al di sotto del 100, sicchè lir. 100 a cagion d'esempio si riducano a 95; ma al di sopra, sicchè lir. 105 si riducano a 100, si conoscerà facilmente osservando, che questa deduzione deve essere proporzionata al guadagno che il debitore farebbe tenendo impiegata al medesimo interesse la somma che ora sborsa, per tutto quel tempo che ancor gli rimane al pagamento.

Ora suppongasi che *A* debba pagare a *B* dopo un anno lir. 210, e che *B* per avere il denaro presentemente gli accordi lo sconto del 5 per 100; egli è chiaro che *A* dovrà presentemente sborsare lir. 200. Poichè il guadagno ch'egli farebbe impiegando questa somma per un anno al 5 per 100 sarebbe di lir. 10; altrettanto adunque e non più deve egli dedurre dalla somma di lir. 210 di cui era debitore.

Che se invece di far la deduzione al di sopra del 100, volesse farla al di sotto, cosicchè lir. 100 restassero 95, *A* non verrebbe ora a sborsare che lir. 199. 10, e per tal modo verrebbe a scontar dal suo debito più di lir. 10, quando coll' impiegare il

capitale di lir. 199, 10 al 5 per 100, in un anno guadagnerebbé meno di lir. 10.

Anche lo sconto si distingue in semplice e doppio: *semplice* quando si fa sopra il solo capitale; *doppio*, che pur si dice *sconto di sconto*, quando si fa e sul capitale, e su gl' interessi.

Articolo I.
Sconto semplice.

Nello sconto semplice 1. Se dato il debito, il tempo, e lo sconto per 100, si cerca quanto abbia a pagarsi, si procederà come nel seguente esempio:

Quesito I. *A* è debitore verso *B* di lir. 4616. 11. 3 da pagarsi dopo anni 3 mesi 9; B per averne ora il pagamento gli accorda lo sconto di lir. 4. 10 per 100: domandasi qual somma *A* gli dovrà sborsare"?

Cerchisi prima quale sarebbe in anni 3 mesi 9 il frutto di lir. 102 impiegate al suddetto interesse, il che si otterrà moltiplicando an. 3. 9. per 4. 10, che daranno lir. 16. 17. 6.

Poi aggiungendo queste a lir. 100 si dica: Se lir. 116. 17. 6, scontando, rimangon 100, lir. 4616, 11, 3 a quanto rimarranno? e l'intavolazione sarà:

lir. 116. 17. 6 | lir. 100 | lir. 4616, 11, 3

Riducendo il primo e terzo termine a parpajuole col moltiplicarli per 8, avremo

935 | lir. 100 | 37932 $\frac{1}{2}$

Prod. del 2do. nel 3zo. term. lir. 3693250

Quo-

Quoto della divisione pel primo. lir.3950.

Per farne la pruova cerchisi quale sarebbe il frutto di lir. 3940 a lir. 4, 10 per 100 in anni 3 mesi 9, operando come nel quesito III. del merito semplice; e poichè questo si troverà essere lir. 666. 11, 3, si aggiunga alle suddette lir.3950 per vedere se ne risulta, come risulta diffatti, il capitale di lir. 4616, 11, 3.

2. Se dato il debito, la somma pagata, e ciò che si è scontato per 100, si cerca il tempo, in cui doveva pagarsi il debito totale, si procederà come nel seguente esempio.

Quesito II. " *A* doveva pagare a *B* lir. 2220 non si sa a qual termine, ma si sa, che avendogli *B* accordato lo sconto del 6 per 100 affine di esser pagato anticipatamente, *A* non ha sborsato che lir. 1500; domandasi a qual tempo doveva farsi il pagamento "?

Dal debito totale lir. 2220 sottraggasi prima il pagamento fatto di lir. 1500, e s'avrà la somma scontata lir. 720.

Poi siccome questa somma deve esser eguale al frutto, che le lir. 1500 avrebbon reso per tutto quel tempo, di cui si è anticipato il pagamento, si dica: Se lir. 100 rendono lir. 6 in 1 anno; in quanti anni lir. 1500 avrebbon reso lir. 720? e s'intavoli una proporzione composta a questo modo:

Cap.	Frut.	Tempo	Cap.	Frut.
lir. 100	lir. 6	An. 1	lir.1500	lir.720

 Que-

Questa proporzione è mista, come nel quesito VIII. del merito semplice, essendo i frutti in ragion diretta del tempo, ed i capitali in ragione inversa. Trasportando adunque i termini avremo

Cap.	Frut.	Tempo	Cap.	Frut.
lir. 100	lir. 6.	An. 1	lir. 1500	lir. 720
1500			100	

Riducendo il quesito a tre termini

lir. 9000 | An. 1 | lir. 72000

Quarto termine ricercato - - - - anni 8

La pruova si farà cercando come nel quesito precedente, qual somma invece di lir. 2220 doveva sborsarsi anticipando il pagamento per anni 8 collo sconto del 6 per 100, la qual somma si troverà appunto essere di lir. 1500.

3. Se dato il debito, la somma sborsata, e il tempo, si cerca quanto si è scontato per 100, si procederà come in quest' altro esempio.

Quesito III. " Dovevansi pagare al termine di anni 5 mesi 2 giorni 25 lir. 15093, 15, e invece si sono pagate ora lir. 11500; domandasi quanto per 100 si sia scontato all' anno "?

Sottraggasi dal debito lir. 1593, 15 la somma pagata lir. 11500; il residuo lir. 3693, 15 esprimerà lo sconto totale che si è fatto, corrispondente al frutto che avrebbe reso nel dato tempo il capitale sborsato.

Poi dicasi: Se lir. 11500 in an. 5, 2, 15, avrebber fruttato lir. 3593, 15; quanto avreb-

avrebber fruttato l. 100 in un anno? e s' intavoli la seguente proporzione diretta:

Capitale Tempo | Frutto | Cap. Tem.
lir. 11500 an. 5, 2, 15 | l. 3593, 15 | lir. 100 a. 1

Riducendo il tempo a mezzi mesi

Capitale Tempo | Frutto | Cap. Tem.
lir. 11500 125 | l. 3593, 15 | lir. 100 24

Riducendo il quesito a tre termini

1437500 | lir. 3593, 15 | 2400

Prod. del 2do. nel 3zo. term. lir. 8625000
Quoto della divisione pel primo lir. 6.

La pruova si farà cercando come nel primo quesito, se il debito di lir. 11500 da pagarsi dopo anni 5, 2, 15, collo sconto del 6 per 100 doveva ridursi a lir. 3593, 15

4. Se data la somma pagata, il tempo a cui doveva pagarsi, e lo sconto accordato, si cerca qual fosse il debito, si procederà come nell' esempio seguente.

Quesito IV. " Dovevasi pagare una somma non si sa quale dopo anni 6 mesi 8; e invece si sono pagate ora lir. 4000 mediante lo sconto del 6 per 100; domandasi qual era il debito "?

Cerchisi quanto avrebber fruttato lir. 4000 in anni 6, 8 al 6 per 100; e siccome questo è ciò che si è scontato dal debito, così aggiugnendo alle dette lir. 4000, risulterà qual fosse il debito totale. L' intavolazione sarà adunque:

Capit. Tem. | Frut. | Capit. Tem.
lir. 100 a 1. | lir. 6 | lir. 4000. a. 6, 8

Riducendo gli anni a tanti terzi, poichè 8 mesi sono due terzi in un anno.

Capit.	Tem.	Frut.	Capit.	Temp.
lir. 100.	3	lir. 6	lir. 4000	20

Riducendo il quesito a tre termini

300 | lir. 6 | 80000

Prod. del 2do. nel 3zo. term. lir. 480000.
Quoto della divisione pel primo. lir. 1600.
A cui aggiugnendo la somma sborsata lir. 4000, risulterà il debito totale in l. 5600.

La pruova quì pur si farà col cercare, come nel primo quesito, se il debito di lir. 5600 da pagarsi dopo anni 6, 8, collo sconto del 6 per 100 doveva ridursi a l. 4000.

AVVERTIMENTO. In qual modo si debba procedere negli sconti per anticipazione di annue somme, come livelli, pigioni ec., o di somme diverse dovute a diversi tempi, come se alcuno fosse tenuto a pagare lir. 500 dopo un anno, altre 500 dopo due anni, altre 660 dopo tre anni ec., si vedrà nel capo delle locazioni.

Articolo II.

Sconto doppio.

Lo sconto doppio, opposto al merito doppio, sarebbe, quando per avere un pagamento anticipato si accordasse lo sconto di un tanto per 100 non a ragione soltanto del vantaggio, che il debitore ricaverebbe impiegando a merito semplice la somma che sborsa anticipatamente, ma a ragione del vantaggio che ne caverebbe impiegandola a merito doppio.

Siccome però niun sarà così pazzo da accor-

cordare, e dee supporsi, che niuno pure esser debba sì mal onesto da esigere un simile sconto., il qual sarebbe tanto più ingiusto, quantochè in ogni sconto l' interesse nel capitale che si sborsa, invece di essere ritardato, si percepisce anzi tutto anticipatamente; così riducendosi questo ad un oggetto piuttosto di curiosità, che di pratica, basterà addurre un esempio per mostrare come sciogliere si possano anche sì fatti quesiti.

Quesito. " *A* deve a *B* un capitale di lir. 23152, 10 dopo anni 3; domandasi qual somma avrebbe ora a sborsare, se *B* per avere il detto capitale anticipatamente gli accordasse lo sconto doppio del 5 per 100 "?

In quella guisa che i quesiti di merito doppio si sciolgono con una proporzione moltiplice, dicendo: se 100 diventano 105 ec.; così quelli di sconto doppio si sciolgono colla medesima proporzione dicendo al contrario, se 105 tornano a 100 ec. L'intavolazione sarà adunque:

l.104 | 100 | l.105 | 100 | l.105 | 100 | l.23152, 10

Moltiplicando per 2 il primo e l' ultimo termine, onde ridurli alla medesima specie, diventerà:

210 | 100 | 105 | 100 | 105 | 100 | 46305

Moltiplicando fra loro gli antecedenti ne verrà il divisore - - - lir.2315250

Moltiplicando i conseguenti coll' ultimo termine, ne verrà il dividendo l. 46305000000

Fatta la div. s'avrà per quoto l. 20000.

CAPO XIV.

De' conti scalari.

I Conti scalari si usano quando sopra d'un capitale essendo stati fatti de' pagamenti a conto in diversi tempi, cercasi quanto rimanga a pagarsi per saldo intero; e si chiamano *scalari*, perchè quasi per iscala di grado in grado risulta da questi la successiva diminuzione del debito.

Questi conti sono di due specie, vale a dire di merito semplice, e di merito doppio, che volgarmente diconsi *conti a tirone.*

Sono di *merito semplice* quando gl'interessi non si esiggono che nel pagamento finale, e le somme che ricevonsi a conto, si metton tutte ad estinzione del capitale.

Sono di *merito doppio*, o *a tirone* quando gl'interessi si esiggono di anno in anno, e le somme che ricevonsi a conto, si metton prima ad estinzione degl'interessi, e poi quel che avanza si mette ad estinzione del capitale.

Articolo I.

Conti scalari di merito semplici.

IN questi 1. intestato il capitale in una colonna a destra, cercasi (colle regole insegnate nei Quesiti V. e VI. del merito semplice) l'interesse decorso fino al giorno del primo pagamento, e questo interesse mettesi in una colonna a sinistra.

2. Il pagamento si scrive nella colonna de-

destra sotto al capitale, e fatta la sottrazione se ne scrive sotto il residuo.

3. Si cerca l' interesse di questo capitale residuo sino al giorno del secondo pagamento, e scritto questo interesse nella colonna sinistra, si scrive nella destra il secondo pagamento, e si sottrae dal capitale rimasto, così proseguendo per gli altri pagamenti di mano in mano.

4. Alla fine si fa la somma di tutti gl' interessi decorsi, e questa aggiunta all' ultimo residuo del capitale indicherà quanto debba pagarsi per saldo.

Eccone un esempio.

Quesito. Ai 10 dicembre del 1779 *A* prestò a *B* un capitale di lir. 19520, 10 a lir. 4, 10 per 100, e ne ha ricevuto a conto del capitale i seguenti pagamenti:

1783 25 agosto - - *lir.* 4000
1787 25 aprile - - *lir.* 3000

Si domanda di quanto era ancor creditore fra capitale, e interessi ai 10 novembre 1787?

Capitale prestato ai 10 dicembre 1779 a l. 4. 10 per 100.		l. 19520, 10
Inter. decorsi fino ai 25 agosto 1783, che sono an. 3, 8, 15.	l. 3257, 9, 5	
Ai 25 agosto 1783 pagate - - - -		l. 4000, -, -
Restano		l. 15520, 10

 In-

Interessi del cap. residuo fino ai 25 aprile 1787, che sono an. 3, 8, --	l.2560,7, 15	
Ai 25 aprile 1787 pagate - - - -		l. 3000, --
Restano		l.12520, 10
Interessi del cap. residuo fino ai 10 novembre 1788, che sono an. 6, 15 --	l. 305, 3, 8	
B deve per Inter.	l. 6123, 10, 6	l. 6123, 10, 3
Deve fra Capitale e Interessi		l. 18644, -, 6

Articolo II.

Conti scalari di merito doppio, o a tirone.

In questi, intestato come sopra il capitale nella coloona destra, l' operazione si fa nel modo seguente:

1. Si cercano gl' interessi fino al giorno del primo pagamento, e si scrivono nella colonna sinistra.

2. Sotto agl' interessi, nella stessa colonna sinistra, si scrive il primo pagamento, e fatta la sottrazione, se il pagamento supera gl' interessi decorsi, il di più si scrive nella colonna destra sotto al capitale, e se ne fa la sottrazione per avere il capitale residuo: se il pagamento fatto è minore degl' interessi decorsi, quello che manca si

lascia nella colonna sinistra per sommarlo cogl' interessi seguenti.

3. Si cercano gl' interessi del capitale residuo fino al giorno del secondo pagamento, e si procede come sopra, finchè si abbia l' ultimo residuo.

Il conto può farsi anche in altra maniera, che accenneremo nell' Articolo III., ove faremo anche vedere, come i conti a tirone sono realmente di merito doppio. Ecco frattanto un esempio di questa prima maniera.

QUESITO. A *ebbe in prestito da B a' 20 novembre 1778 un capitale di lire 16000 al 4 per 100, e fece in diversi tempi i seguenti pagamenti a conto d' interesse, e di capitale:*

1781	20 febbrajo	lir. 3000
1782	20 maggio	lir. 525
1783	3 agosto	lir. 1000
1785	17 dicembre	lir. 6000
1787	17 dicembre	lir. 6000

Si domanda di quanto egli era ancor debitore il giorno 27 luglio 1788?

Cap. avuto in prestito a' 20 nov. 1778.		L.16000 —, —
Inter. del medesimo fino a' 20 feb. 1781, che sono an. 2, 3.	l. 1800 —, —	
Cap. riportato		L.16000 —, —
Inter. riportati	L. 1800 —, —	
A' 20 feb 1781 pag.	l. 3000 —, —	
A conto di Cap.	L. 1200 —, —	l. 1200 —, —
Resta il Cap.		L. 14800 —, —

Inter. del Cap. residuo fino a'20 maggio 1781, che sono an. 1, 3, - - - - l. 925 —,—
A'20 mag. 1782 pag. l. 525 —,—

Restano d'Int. l. 400 —,—
Int. dello stesso Cap. fino ai 2 ag. 1783, che sono an. 1, 2, 12 l. 888 —,—

Somm. degl'Int. l. 1288 —,—
A'2 agosto 1783 pag. l. 1000 —,—

Restano d'Int. l. 288 —,—
Inter. del medesimo cap. fino ai 17 dic. 1785, che sono an. 2, 4, 15 - - - - l. 1757,10,—

Somm. degl'Int. l 2045,10,—
Ai 17 dic. 1785 pag. l. 5000, —,—

A conto di Cap. l. 3954,10,: l. 3954, 10-

Resta il Cap. l. 10845, 10-
Inter. del Cap. residuo fino ai 17 dic. 1787, che sono an. 2, - - - - - - - l. 1084,11,—
Ai 17 dic. 1787 pag. l. 6000, --, --

A conto di Cap. l. 4915, 9.: l. 4915, 9-

Resta il Cap. l. 5930, 1-

Int. del Cap. residuo
fino ai 27 lug. 1788,
che sono mesi 7.
10 - - - - - - l. 181, 3,9: l. 181, 3, 9

Ai 27 luglio 1788
A doveva fra Cap. e Int. - - l. 6111,4,9

AVVERTIMENTO. Occorrerà qualche volta, che i pagamenti fatti a conto superino il capitale, e gl' interessi, e in tal caso risulterà di quanto il creditore abbia a rimborsare il debitore.

Può occorrere similmente, che il debitore in diversi tempi or abbia fatto de' pagamenti a conto, or ricevuti altri capitali al medesimo, o a diversi interessi. In tal caso per ordinario s' incomincia dal capitale più antico, e i pagamenti (dedotti gl' interessi) mettonsi di mano in mano a sconto del medesimo, sinchè sia estinto. Dopo questo s' intesta il secondo capitale, e se dall' ultimo pagamento è rimasto qualche avanzo, si mette a conto del nuovo capitale, proseguendo così via via sino alla fine.

Quando s' arriva ad un capitale che sia a maggior interesse del precedente, questo pure da alcuni si sospende, e s' intavola il nuovo capitale finchè sia estinto, indi si ripiglia il capital precedente.

Un siffatto metodo però non è punto esatto; poichè a vero rigore ogni volta che si arriva ad un nuovo capitale, si dee questo

sto col residuo del capital precedente ridurre colla regola degli adequati, che mostreremo in seguito, ad un solo capitale, e solo interesse, e così proseguire il conto con amendue unitamente.

Articolo III.

De' pagamenti fatti a conto coll' assegnamento di un' annua somma.

In varie guise può assegnarsi un'annua somma ad estinzione d' un capitale, di cui uno sia debitore ad un altro, vale a dire o coll' obbligarsi a pagar realmente d'anno in anno la quantità convenuta, o col fissare per essa una cartella di banco, o un livello, o il fitto di un podere, o la pigione di una casa ec.

Or 1. se i pagamenti, che per mezzo di quest' annua somma si fanno a conto, debbono andar tutti ad estinzione del semplice capitale, si procede allora come nell' articolo I, notando di anno in anno la somma assegnata, e sottraendola dal capitale ec. come nel seguente esempio.

Quesito I. A *ebbe in prestito da* B *un capitale di lire* 8000 *al* 5 *per* 100 *l'anno, e gli assegnò per estinzione del medesimo l' annua somma di l.* 2600. *col patto che gl' interessi non fosser pagati che alla fine. Si cerca dopo tre anni di quanto sia ancor debitore?*

Capit. al 5 per 100		l. 8000
Interesse del primo anno	l. 400	
Pagasi d'annua somma		l. 2600
Restano		l. 5400

Capitale riportato -		l. 5400
Interessi riportati -	l. 400	
Inter. del secondo anno	l. 270	
Pagasi l'annua somma		l. 2600
Restano		l. 2800
Inter. del terzo anno - lir.	140	
Pagasi l'annua somma		l. 2600
Restano		l. 200
Somma degl'Interessi	l. 810	l. 810

Restano da pagarsi fra Cap. e Inter. l. 1010

2. Se i pagamenti debbono andare prima in estinzione degl'interessi, e poi del capitale, si procede come nell'Art. II, notando di anno in anno la somma assegnata e sottraendo da lei prima gl'interessi, poi mettendo il residuo a sconto del capitale.

Noi daremo un esempio anche di questo: e perchè abbiasi un saggio della seconda maniera, con cui far si possono i conti a tirone (la qual consiste nel sommare di mano in mano gl'interessi col capitale, e sottrarne i pagamenti), di essa ci serviremo.

Quesito II. *A ebbe in prestito da B come sopra un capitale di lire 8000 al 5 per 100 all'anno, e gli assegnò per estinzione d'interessi e di capitale l'annua somma di lire 2600; domandasi dopo 3 anni di quanto gli sia ancor debitore?*

Capitale al 5 per 100 - -	l. 8000
Interesse del primo anno - -	l. 400
Sommano - -	l. 8400

Somma riportata - - l. 8400
Pagasi l'annua somma - - l. 2600

Reſtano - - - l. 5800
Interesse del secondo anno - l. 290

Sommano - - - l. 6090
Pagasi l'annua somma - - l. 2600

Restano - - - l. 3490
Interesse del terzo anno - - l. 174, 10

Sommano - - - l. 3664, 10
Pagasi l'annua somma - - l. 2600

Restano - - - l. 1064, 10

Dopo 3 anni pertanto il debito sarà ridotto a lire 1064, 10.

AVVERTIMENTO I. Per vedere che questo conto è di merito doppio, e che tali generalmente son tutti i conti a tirone, massimamente ove trattisi di pagamenti eguali, e fatti ad eguali intervalli. Si cerchi primieramente colle regole insegnate à pag. 94, 95 a quanto sarebbero ascese in 3 anni fra capitale e interessi le lire 8000 impiegate a merito composto. Si troverà colla proporzione moltiplice

l. 100 | 105 | l. 100 | 105 | l. 100 | 105 | l. 8000

che la somma fra cap. e inter. sarebbe diventata lire 9261.

Si vegga in seguito a quanto montino le tre annue somme di lire 2600 coi loro interessi a merito parimente composto: si tre-

troverà che ascendono a lire 8196, 10. Infatti

Alla fine del 1.an.si ha l'ann.somma l.2600
Alla fine del 2. per inter. della med. l. 130
per la 2. annua somma . . . l.2600

In tutto alla fine de' primi due anni. l.5330
Alla fine del 3zo per inter.di questa l. 266 10

In tutto l.8196 10
Or si sottragga questa somma da quella a cui le l. 800 sarebber montate fra capitale e interessi, cioè da l.9261

Rester. appunto di deb.come sopra l.1064 10

AVVERTIMENTO II. Invece di essere una somma da pagarsi di anno in anno, può essere da pagarsi di 6 in 6 mesi, o di 4 in 4 ec.; ma la regola per trovare il residuo debito sarà sempre la stessa, prendendo gl' interessi dall' uno all' altro pagamento, sommandoli col capitale ec.

AVVERTIMENTO III. In qual guisa dato il capitale, l'interesse, e l' annua somma si trovi il tempo in cui il capitale rimane estinto; o dato il capitale, l'interesse e il tempo si trovi l' annua somma; o dato l' interesse, il tempo, e l'annua somma si trovi il capitale, vedrassi nelle false posizioni, a cui questi quesiti propriamente appartengono: ed esporremo in esse anche le soluzioni che posson farsi indipendentemente dalle false posizioni.

Qui

Qui rispetto all' annua somma proporremo invece due altri quesiti che facilmente possono venire ad uso.

Quesito III. *A* presta a *B* lire 600 senza interesse, a patto però che *B* debba farne la restituzione ripartitamente in anni 4, collo sborso di lire 200 all' anno, e che ritardandosi alcuno de' pagamenti, debba su questo correre l' interesse del 5 per 100. Passano gli anni 4 senza che *B* abbia fatto alcun pagamento. Domandasi quanto dovrà alla fine tra capitale e interessi?

Qui le lir. 200, che dovean pagarsi dopo il primo anno vengono ritardate di 3 anni; quelle che si dovean pagare dopo il secondo son ritardate di 2 anni; e quelle dopo il terzo son ritardate di un anno. Dopo il quarto anno non v' è ancora nessun ritardo, perchè si suppone spirato appena.

Or l' interesse di lire 200 per 1 anno sarà lire 10, per 2 sarà lire 20, per 3 sarà lire 30. Si sommino quest' interessi, e s' aggiungano al capitale; l' intero debito diventerà lire 860.

Quesito IV. Uno ha il debito di l. 5400, cui deve estinguere in due anni col pagare l. 900 ogni quattro mesi, aggiugnendovi di mano in mano l' interesse del 6 per 100 all' anno sul debito che rimane dopo ciascun pagamento. Domandasi quanto dovrà pagare ogni volta fra capitale e interessi, e quanto avrà pagato in tutto alla fine dei due anni?

Operando nella maniera comune si dovreb-

vrebbe formare un conto scalare, intestando il capitale di lire 5400, cercando i suoi interessi per 4 mesi, che sono lire 108, e aggiugnendo questi alla prima rata di lire 900, per cui il primo pagamento diventerà lire 1008. In questo primo pagamento vi son lire 900, che vanno ad estinzione del capitale, il quale per conseguenza rimane a lire 4500. Cercando adunque gl' interessi di questo per 4 mesi, che sono lire 90, e aggiugnendoli alla seconda rata di lire 900, il secondo pagamento risulterà a lire 990; e così di seguito.

Ma per operare più prestamente, basta osservare che ad ogni pagamento il capitale si diminuisce di lire 900, e che per conseguenza anche gl' interessi debbono ogni volta diminuire di quella somma che compete a lire 900, che quì a ragione del 6 per 100 all' anno risulta ogni 4 mesi a lire 18. Se adunque gl' interessi da aggiugnersi pel primo pagamento alla rata di lire 900 son lire 108, pel secondo saranno lire 90, pel terzo lire 72 ec. Avrem per tanto la serie seguente:

Pagamenti	per cap.	per inter.	in tutto
1. - - - -	l. 900 -	l. 108 -	l. 1008
2. - - - -	l. 900 -	l. 90 -	l. 990
3. - - - -	l. 900 -	l. 72 -	l. 972
4. - - - -	l. 900 -	l. 54 -	l. 954
5. - - - -	l. 900 -	l. 36 -	l. 936
6. - - - -	l. 900 -	l. 18 -	l. 918
Somma totale -	-	-	l. 5778

CA-

CAPO IV.

Delle Locazioni.

INtorno alle Locazioni, o gli Affitti, sieno di case, o di poderi, o d' acque ec. ora accade che abbiasi a cercare il merito, ed ora lo sconto. Noi daremo alcuni esempi dell' uno e dell' altro caso.

ARTICOLO I.

Quesiti di merito.

QUESITO I. *Una possessione rende di fitto annuo lire* 13500, *ma paga di carichi lire* 2400 *all' anno, e porta di spese annue per riparazioni ec. lire* 1300. *Questa vorrebbe vendersi in modo di ricavarne il* 4 *per* 100 *all' anno. Domandasi a quanto si dovrà vendere?*

Dall' annuo fitto lire 13500 sottraggansi prima le spese di carichi e riparazioni, che unite montano a lire 3700, per averne il prodotto netto, il quale sarà lire 9800. Poi s' istituisca una proporzione, dicendo: se lire 4 vengon da 100, lire 9800 da quante verranno? e il quarto termine lire 245000 sarà il prezzo ricercato, a cui dovrà vendersi.

QUESITO II. *Una casa è costata lire* 42000, *e porta ogn' anno per riparazioni, tasse ec. la spesa di lire* 400; *a quante dovrà affittarsi per ricavarne all' anno lire* 4, 10 *per* 100?

Cerchisi prima ciò che dee rendere in ragione del capitale di lire 4200 a lire 4 10 per 100, che risulterà a lire 1890. A queste s' aggiungano l' annue spese lire 400. L' affitto dovrà essere lire 2290.

AR-

Articolo II.
Quesiti di Sconto.

Quesito I. A *affitta una casa a* B *per anni* 3 *a lire* 475 *all' anno, e per averne i fitti anticipati gli accorda lo sconto del* 5 *per* 100. *Domandasi qual somma abbia* B *a sborsargli?*

Siccome *B* viene qui ad anticipargli d'un anno la pigione dell' anno primo, di 2 anni quella del secondo, e di 3 anni quella del terzo, così deve godere sopra alla prima pigione lo sconto d' un anno, sulla seconda quello di due, e sulla terza quello di tre.

Ora lo sconto di 1 anno (pel cap. II.) si ha, dicendo

l. 105 : l. 100 :: l. 475 : : x = l. 452. 7. 7 $\frac{4}{105}$

Lo sconto di 2 anni, dicendo

l. 110 : l. 100 : : l. 475 : x = l. 431. 16. 4 $\frac{4}{11}$

Lo sconto di 3 anni, dicendo

l. 115 : l. 100 : : l. 475 : x = l. 413. —, 10 $\frac{50}{115}$

Somma totale (trascurando le frazioni, che di poco oltrepassano un denaro) - - - L. 1297. 4. 9.

B adunque dovrà sborsare questa somma e non più.

In due altre maniere si fan da alcuni gli sconti di Locazione.

Nella I. Maniera per l' anticipazione d' un anno si dice lire 105 : lire 100 : : lire 475 al quarto termine, che è lire 452, 7, 7 $\frac{4}{105}$ o $\frac{3}{7}$.

Per

Per l' anticipazione di 2 anni si aggiunge alle suddette lire 452, 7, 7 $\frac{3}{7}$ il frutto del secondo anno onde risultano lire 927, 7, 7 $\frac{3}{7}$, e poi si fa il nuovo sconto dicendo lire 105 : lire 100 : : lire 927, 7, 7 $\frac{3}{7}$ al quarto termine che è lire 883, 4, 4 $\frac{116}{147}$.

Per l' anticipazione di tre anni si aggiunge di nuovo alle precedenti lire 883, 4, 4 $\frac{116}{147}$ il fitto del terzo anno, onde risultano lir. 1358. 4. 4 $\frac{116}{147}$, e di nuovo si scontano dicendo lir. 105 : lir. 100 : : lir. 1358. 4. 4 $\frac{116}{147}$ al quarto termine che riesce lir. 1293. 10. 10. $\frac{852}{3087}$.

In questo modo la somma da anticiparsi per 3 anni si trova essere soltanto lire 1293. 10. 10 $\frac{852}{3087}$.

Nella II. maniera per l' anticipazione dell' anno 1. si dice come sopra l. 105 : l. 100 : : l. 475 al quarto termine l. 432. 7. 7 $\frac{3}{7}$.

Per l' anticipazione dell' anno secondo si scontan di nuovo le precedenti lir. 452. 7. 7 $\frac{3}{7}$ dicendo lir. 105 : lir. 100 : : 452. 7. 7 $\frac{3}{7}$ al quarto termine lire 430. 16. 9 $\frac{53}{147}$.

Per anticipazione dell'anno terzo si fa un nuovo sconto delle precedenti lir. 430. 16. 9 $\frac{53}{147}$ dicendo lir. 105 : l. 100 : : l. 430. 16. 9 $\frac{53}{147}$ al quarto termine l. 410. 6. 5. $\frac{1501}{3087}$.

E sommando i tre quarti termini col ridurre le frazioni allo stesso denominatore, per somma totale da anticiparsi risultano, come sopra, lir. 1293. 10. 10. $\frac{852}{3087}$.

La conformità del risultato delle due operazioni nasce dalla conformità del principio, a cui sono appoggiate, che è quello in-

d'inchiudere di mano in mano nell' anno susseguente lo sconto del precedente.

Per pruova poi di tali operazioni gli aritmetici, che di queste due maniere si servono, fanno la supposizione che il Pigionante somministri al Proprietario un capitale di lir. 1293. 16 10 $\frac{850}{3087}$ al 5 per 100 l' anno da estinguersi unitamente a' suoi interessi coll' annua pigione di lir. 475; e cercano con un conto a tirone, se il capitale cogl' interessi in tre anni rimanga estinto diffatti, come avviene esattamente.

Ma la stessa pruova è quella che discopre il vizio di queste due maniere. Imperocchè il conto a tirone, ove si tratta di annue somme, è manifestamente di merito doppio, o composto, come si è dimostrato a pag. 103; e nello sconto ogni pretensione di merito doppio è tanto più ingiusta, quantochè gl'interessi del capitale invece d' essere ritardati, son anzi tutti prededotti anticipatamente.

Il detto vizio è facile a conoscersi anche considerando le due maniere in se stesse. Imperocchè nella prima si confonde l'anticipazione, e nella seconda si confonde lo sconto di un anno con quello dell'altro. Or qual ragione v' ha egli di fare una tal confusione? Ogni fitto è un capital separato, che l'affittuale dee pagare alla fine d' ogn' anno; per conseguenza l' anticipazione di ciascun fitto dee parimente considerarsi come anticipazione di un capital separato, e sopra d' ognuna dee farsi un separato sconto a ra-

gione del suo tempo; nè v' ha alcun giusto motivo, perchè la somma scontata per l' anticipazione dell' anno primo abbia a mischiarsi con quelle del secondo, e del terzo per essere scontata una seconda e una terza volta.

Diffatti se il proprietario chiedesse l' anticipazione del primo anno soltanto, la somma ch' egli avrebbe a ricevere, si troverebbe dicendo lir. 105 : lir. 100 :: lir. 475 : x = lir. 452. 7. 7 $\frac{45}{105}$; se chiedesse soltanto l' anticipazione del secondo anno, la somma si troverebbe con dire lir. 110 : lir. 100 :: lir. 475 : y = lir. 431. 16 4 $\frac{4}{11}$; se chiedesse unicamente l' anticipazione del terzo anno, la somma pur troverebbesi con dire lir. 215 : lir. 100 :: lir. 475 : z = lir. 413. —. 10 $\frac{50}{115}$. Or chiedendo egli l' anticipazione di tutti e tre gli anni, perchè non avrà a ricevere corrispondentemente le tre somme $x + y + z$, che formano lir. 1297. 4 10. $\frac{1}{4}$ all' incirca, invece delle lir. 1293. 10. 10 ec. che risultano dalle altre due maniere?

QUESITO II. *A paga a B un livello annuo di lir. 330; questi per averne anticipatamente i livelli di anni 2 $\frac{1}{2}$ gli accorda lo sconto del 10 per 100. Domandasi quanto dovrà egli ricevere?*

Quì il livello dell' anno 1. viene anticipato d' un anno, quello del 2. è anticipato di 2 anni, e quello del mezzo anno è anticipato di 3 anni, poichè *A* non è tenuto a pagar questo mezzo livello, se non alla fine del 3. anno unitamente all' altro mezzo.

Lo

Lo sconto adunque del 1 anno darà

110 : 100 : : l. 330 : = l. 300

Lo scofito del 2 anno

120 : 100 : : l. 330 ; x = l. 275

Lo sconto del mez. livello del 3 anno

130 : 100 : : l. 165 : x = l. 126. 18. $5\frac{7}{13}$

Somma totale - - - lir. 701. 18. $5\frac{7}{13}$

AVVERTIMENTO. Se invece *A* fosse obbligato a pagare questo livello per soli anni 2 $\frac{1}{2}$, e *B* ne chiedesse l' anticipazione, o se invece di livello si trattasse di una casa che *A* avesse preso a pigione per anni 2 $\frac{1}{2}$ col patto di pagare lir. 330 pel primo anno, altrettante pel secondo, e lir. 165 per la metà del terzo, lo sconto dell' anticipazione farebbesi nel modo seguente:

QUESITO III. A *prende una casa a pigione anni 2 $\frac{1}{2}$ a ragione di lir. 330 all' anno; e il Padrone per averne le pigioni anticipate gli accorda lo sconto del 10 per 100. Domandasi quanto avrà questi a ricevere?*

Per l' anno 1mo si avrà come sopra

110 : 100 :: l. 330 : x = l. 300

Per l' anno secondo

120 : 100 : : l. 330 : x = l. 275

Per la metà dell' anno 3zo. (avendosi l' anticipazione di an. 2 $\frac{1}{2}$) si dirà

125 : 100 :: l. 165 : x = l. 132

Somma - - - lir. 707

QUESITO IV. *S' affitta un podere per anni*

8 *a lir.* 8599. 10 *all'anno. Fatto il contratte il possessore chiede i fitti anticipati degli ultimi 3 anni, essendo lo sconto del* 5 *per* 100. *Quanto per essi dovrà ricevere?*

L' Affittuale dee quì anticipar di 6 anni il fitto dell' anno sesto, di 7 quello del settimo, e di 8 quel dell' ottavo.

Siccome adunque il merito di 6 anni al 5 per 100 è di lir. 30 ogni 100; così Lo sconto per l' anno sesto sarà

130 : 100 :: l. 8599. 10 : x = l. 6615

Per l' anno settimo

135 : 100 :: l. 8599. 10 : x = l. 6370

Per l' anno ottavo

140 : 100 :: l. 8599. 10 : x = l. 6142. 10

Somma - - - l. 19127. 10

QUESITO V. *Si dà a pigione una casa per anno* 1, *e mesi* 6 *a lir.* 1224 *all'anno da pagarsi metà a Pasqua, e metà a S. Michele. Il padrone offre lo sconto del* 4 *per* 100 *all'anno, se gli si pagano i fitti anticipati. Dimandasi quanto avrà egli a ricevere?*

Quì la pigione di 6 mesi è la metà di l. 1224, cioè lir. 611, e lo sconto di 6 mesi è di lir. 2 ogni 100. Si avrà dunque

Pel 1. Semestre

102 : 100 :: l. 612 : x = l. 600.

Pel 2. Semestre

104 : 100 :: l. 612 : x = l. 588. 9. $2\frac{8}{104}$

Pel 3. Semestre

106 : 100 :: l. 612 : x = l. 577. 7. $2\frac{18}{106}$

Som. (trascuran. le fraz.) l. 1765. 16. 4

Que-

Quesito VI. A *prende in affitto da* B *una possessione per* 3 *anni a l.* 1660 *in tutto, col patto di pagarne* 500 *dopo il primo anno*, 500 *dopo il secondo*, *e* 660 *dopo il terzo: Fatto il contratto* B *per urgenza sopravvenutagli domanda l' anticipazione di tutto il fitto*, *accordando lo sconto del* 6 *per* 100. *Si cerca quanto dovrà egli ricevere?*

Qui viene ad anticiparsi di un anno il pagamento delle prime lir. 500; di 2 quello delle altre lir. 500; e di 3 quello delle lir. 660.

Per l' Anno 1. adunque si avrà

$106 : 100 :: l.\ 500 : x = l.\ 471.\ 13.\ 11\frac{58}{106}$

Per l' Anno 2.

$112 : 100 :: l.\ 500 : x = l.\ 446.\ \ 8.\ \ 6\frac{96}{112}$

Pet l' Anno 3.

$118 : 100 :: l.\ 660 : x = l.\ 559.\ \ 6.\ \ 5\frac{34}{118}$

Somma (trascurando le frazioni che di poco oltrepassano un den.) - - l. 1477. 8. 10

AVVERTIMENTO I. La soluzione di questo ultimo Quesito può applicarsi a tutti i casi, in cui si tratti di trovare lo sconto da farsi per l' anticipazione di più capitali dovuti a diversi tempi.

Diffatti se il Quesito fosse esposto nel modo seguente: A *deve a* B *lir.* 500 *dopo* 1 *anno*, *altre lir.* 500 *dopo* 2 *anni*, *e altre lir.* 660 *dopo* 3 *anni*; *domandasi quanto* B *dovrà ricevere per l' anticipazione dei detti tre capitali*, *accordando lo sconto del* 6 *per* 100? la soluzione farebbesi allo stesso mo-

F 3 do,

do, e ne risulterebbe egualmente, che *B* dovrà ricevere in tutto lir. 1477. 9. 9

AVVERTIMENTO II. Come debba procedersi allorchè più persone prendono in affitto un podere o una casa in egual porzione, e in egual tempo, o a porzioni e tempi diversi, si vedrà ne' conti di società all' art. V.

AVVERTIMENTO III. Come si debba operare allorchè essendo per esempio una possessione affittata a lir. 2600 l'anno, ed avando l'affittuale anticipata una somma di l. 8000 al 5 per 100, si cerca per quanto tempo egli debba goderla a conto di questa anticipazione, si vedrà nel Ques. XIII. della doppia falsa posizione, ove pure si mostrerà la maniera, con cui può sciogliersi questo quesito indipendentemente dalle false posizioni.

CAPO V.

Degli adequati d' interesse, e di tempo.

QUando uno trovasi creditore, o debitore di più capitali posti a diverso interesse, occorre spesse volte che ami per maggiore semplicità di tutti ridurli ad un interesse medesimo, in modo però che la somma dei capitali con questo interesse comune renda ogn' anno lo stesso frutto totale che prima gli stessi capitali rendeano cogl' interessi lor rispettivi; e questo chiamasi *Adequato d'Interessi*.

Occorre similmente ch' essendo uno credi-

ditore, o debitore di più capitali da doversi pagare a diversi tempi, ami fissare un tempo solo, in cui senza pregiudizio nè dell' una, nè dell' altra parte facciasi il pagamento di tutti insieme; e questo dicesi *Adequato di tempo*.

Tali Adequati possono essere o semplici, o composti: *semplici* quando trattasi o del solo interesse, o del solo tempo; *composti* quando si tratta unitamente e dell' uno e dell' altro.

AVVERTIMENTO. Gli Adequati occorrono anche ne' conti mercantili, e nelle Alligazioni; ma di questi parleremo al loro proprio luogo.

ARTICOLO I.

Adequati semplici.

ADEQUATI D' INTERESSE. Per ridurre ad un interesse medesimo varj capitali posti a diverso interesse, 1 si moltiplica ogni capitale pel suo interesse, 2 la somma de' prodotti si divide per la somma dei capitali, e il quoto dà l' interesse ricercato.

QUESITO. A *deve a* B *i seguenti capitali: lir.* 7000 *al* 2 *per* 100, *lir.* 8000 *a'* 3 *per* 100, *lir.* 5000 *al* 5 *per* 100. *Volendoli tutti ridurre al medesimo interesse, domandasi qual sarà?*

lir.	7000	× 2	=	14000
lir.	8000	× 3	=	24000
lir.	5000	× 5	=	25000
Somme lir.	20000		lir.	63000

 Di-

Dividendo la somma de' prodotti per la somma de' capitali s'avrà l'interesse comune di lir. 3. 3 per 100.

La ragione di questa operazione si è che la somma di tutt'i capitali, cioè l. 20000, sta alla somma de' prodotti de' medesimi moltiplicati pei loro interessi, cioè a lire 63000, come ogni lir. 1 sta a lir. 1 moltiplicata pel suo interesse. Ora in questa proporzione per trovare il quarto termine non si ha a far altro, che dividere come sopra la somma de' prodotti lir. 63000 per la somma de' capitali lir. 20000; e di questo termine lir. 3. 3, sebbene esprime propriamente il prodotto di ogni lir. 1 moltiplicata pel suo interesse, esprime però anche nel tempo medesimo quest' interesse comune, giacchè una quantità moltiplicata, o divisa per 1 rimane sempre la stessa quantità.

Che poi infatti la somma de' capitali lir. 20000 coll' interesse comune di lir. 3. 3 per 100 porti lo stesso, come i 3 capitali suddetti cogl' interessi lor rispettivi, si vedrà dalla seguente pruova.

lir. 7000 ai 2 per 100 portano lir. 140
lir. 8000 - 3 - - - - - - - - - - lir. 240
lir. 5000 - 3 - - - - - - - - - - lir. 250

In tutto lir. 630

e lir. 20000 a lir. 3. 3 per 1000 portano similmente lir. 630.

ADEQUATI DI TEMPO. Per ridurre ad un sol tempo più capitali che sarebbero da pagarsi a diversi tempi, 1. si moltiplica cia-

ciascun capitale pel suo tempo; 2. la somma de' prodotti si divide per la somma dei capitali; e il quoto dà il tempo ricercato.

Quesito. A *deve pagare a* B *i seguenti capitali*: *lir.* 8000 *dopo* 3 *anni*; *lir.* 10000 *dopo* 4 *anni*, *lir.* 12000 *dopo* 5 *anni*. *Volendoli ridurre ad un sol pagamento, domandasi a qual tempo lo dovrà fare?*

lir. 8000 × An. 3 = 24000
lir. 10000 × An. 4 = 40000
lir. 12000 × An. 5 = 60000

Som. lir. 30000 An. 124000
Quoto della divisione Anni 4. 1. 18

Il pagamento adunque della somma lire 30000 si dovrà fare dopo Anni 4. Mese 1. Giorni 18.

La ragione di questa operazione è la stessa come quella della precedente.

Per veder poi che tanto è il pagare ogni capitale al suo tempo rispettivo, come il pagarli tutti insieme dopo Anni 4. 1. 18, suppongasi che questi capitali sieno tutti impiegati ad un medesimo interesse, per esempio al 5 per 100 all'anno, e cerchisi prima qual frutto darebbero separatamente nel rispettivo lor tempo, cioè lir. 8000 in anni 3, lir. 10000 in anni 4, e lir. 12000 in anni 5; poi qual frutto darebbe la loro somma lir. 30000 in Anni 4. 1. 18. Il frutto totale nell'uno, e nell'altro caso si troverà essere lir. 6200.

AVVERTIMENTO. Se trattarassi di annue somme dovute per un dato numero d'

 an-

colle seguenti condizioni : lir. 12000 col 4 per 100 dopo anni 2; lir. 15000 sol 2 per 100 dopo anni 4. 1. 18; lir. 13000 col 6 per 100 dopo anni 5. Volendoli tutti pagare al medesimo tempo, e col medesimo interesse, domandasi a qual tempo, e con qual interesse dovrà pagarli?

1. Moltiplicando ciascun capitale pel suo interesse s' avrà :

lir. 12000 × 4 = 48000
lir. 15000 × 2 = 30000
lir. 13000 × 6 = 78000

Somme lir. 40000 156000

e dividendo la somma de' prodotti per la somma de' capitali, l' interesse comune sarà lir. 3. 18 per 100.

2. Moltiplicando i precedenti prodotti pei tempi rispettivi s' avrà :

l. 48000 × An. 2 = 96000
l. 30000 × An. 4. 1. 18 = 124000
l. 78000 × An. 5 = 390000

Som. l. 156000 An. 610000

e dividendo la somma dei secondi prodotti per quella de' primi, il termine del pagamento comune risulterà dopo anni 3. 10. 27$\frac{2}{13}$.

Per farne la pruova si esamini quanto renderebbe ciascun capitale col rispettivo interesse nel rispettivo tempo, e quanto la loro somma lir. 40000 coll' interesse di lir 3. 18 per 100 in anni 3. 10. 27 $\frac{2}{13}$. Si troverà che il frutto nell' uno, e nell' altro caso sarebbe lir. 6100.

CAPO VI.

Degli adequati di crediti, e debiti vicendevoli, o adequati di resto.

Allorchè trattasi di semplici somme di credito e di debito che l'uno abbia verso dell'altro, basta una semplice sottrazione per trovar ciò che resta del credito, ovvero del debito.

Ma allorchè si tratta di capitali a diverso interesse, o a diverso tempo, di cui uno sia vicendevolmente creditore, e debitore verso dell'altro, conviene usare altre regole per trovare ciò che rimane del credito, o del debito, e con qual interesse, e a qual tempo debba pagarsi.

Anche quì gli Adequati posson essere o semplici, o composti: *semplici* quando la diversità sia nel solo interesse, o nel solo tempo; *composti* quando la diversità sia nell'uno, e nell'altro.

ARTICOLO I.

Adequati di resto semplici.

RISPETTO ALL' INTERESSE. Quando i capitali di credito, e di debito sono di interesse diverso; 1. si moltiplica ciascun capitale pel suo interesse, 2. si sottrae un capitale dall'altro, e un prodotto dall' altro, 3 si divide il maggior residuo pel minore; e il quoto dà l' interesse, con cui deve pagarsi il residuo capitale.

Ma quì due casi convien distinguere. I. Se

Se il maggior debito moltiplicato pel suo interesse dà un prodotto maggior dell' altro moltiplicato parimente pel suo interesse, il Debitore deve pagare il resto del capitale unitamente all' interesse che ne risulta. II. Ma se il maggior debito moltiplicato come sopra dà un prodotto minore, il debitore deve pagar bensì il resto del capitale, ma riceverne egli l' interesse dal creditore.

La cosa si farà chiara dai seguenti esempi.

I. Caso. A *deve a* B *lir.* 6000. *a lir.* 4. *per* 100, *e* B *deve ad* A *lir.* 4500 *a lir.* 3. *per* 100; *volendo ridurre ad un sol resto il maggior debito, si domanda con quale interesse dovrà pagarsi?*

Moltiplicando i debiti pel rispettivo interesse si avrà

A. lir. 6000 × 4 = 24000
B. lir. 4500 × 3 = 13500

Residui - lir. 1500 lir. 10500

Dividendo un residuo per l'altro A dovrà a B lir. 1500 coll' interesse di lir. 7 per 100.

Prova. L' interesse che ogni anno A deve a B per lir. 6000 al 4 per 100, è lir. 240, l' interesse che B deve ad A per l. 4500 a lir. 3 per 100 è lir. 135: sottraendo un interesse dall' altro A resta ogn' anno debitore a B di lir. 105 d' interesse. Cerchisi l' interesse annuo del capitale residuo l. 1500 a lir. 7 per 100, e si troverà appunto essere lir. 105.

II. Caso. A *doveva a* B *lir.* 8000 *a lir.* 4 *per* 100, *ma per una eredità è diventato cre-*

creditore verso B di lir. 7000 a lir. 6 per 100, restando dall' una e dall' altra parte a pagarsi gl' interessi di un anno. Volendo saldare il debito, domandasi quanto dovrà pagarsi da A?

Qui per riguardo al capitale, A resterebbe debitore a B lir. 100; ma per riguardo all' interesse egli resta creditore; poichè moltiplicando il debito lir. 8000 per 4 si hanno lir. 32000, e moltiplicando il credito lir. 7000 per 6 hannosi lir. 42000, e fatta la sottrazione il prodotto del credito supera di 10000 quello del debito, l' interesse di cui dividendo 10000 per 1000 è di lir. 10 per 100 all' anno. Ecco tutta l' operazione.

Debito. lir. 8000 $\times$ 4 = lir. 32000
Credito. lir. 7000 $\times$ 6 = lir. 42000

Residui lir. 1000 lir. 10000
Quoto della div. di un residuo per l'altro l. 10.

Dovrà adunque *A* pagar bensì l. 1000 di capitale, ma ricevere sopra queste il 10 per 100 per un anno, cioè lir. 200, sicchè il totale da pagarsi resterà lir. 900.

Pruova. Lir. 8000 al 4 per 100 rendono d' interesse lir. 320; lir. 7000 al 6 per 100 rendono d' interesse lir. 420. Dunque *A* è creditore di lir. 100 d' interesse, mentre è debitore di lir. 1000 di capitale.

RISPETTO AL TEMPO. Quando i capitali di credito e di debito sono a diverso tempo, volendoli ridurre ad un sol resto, e trovare il tempo dopo il quale dovrà pagarsi, 1 si moltiplica ciascun capitale pel suo tem-

po ; 2 si sottrae un capitale dall' altro, e un prodotto dall'altro ; 3 si divide il residuo del prodotto pel residuo del capitale ; e il quoto indica il tempo in cui il capitale residuo dovrà pagarsi.

Ma anche quì convien distinguere 2 casi. I. Se il maggior debito moltiplicato pel suo tempo dà un prodotto maggior dell'altro moltiplicato similmente pel suo tempo, il quoto della divisione indica quanto tempo rimane ancora a pagar il resto. II. Ma nel caso contrario il quoto della divisione indica da quanto tempo il resto dovrebbe già essere stato pagato. Ecco di ciò pure due esempi.

I. Caso. " A deve a B l.8200 dopo anni 9, e B deve ad A l. 700 dopo anni 8. Volendo ridurre il conto ad un sol resto, domandasi dopo qual tempo dovrà pagarsi?

Moltiplicando i debiti pel rispettivo tempo si avrà

A. lir. 7200 $\times$ An. 9 = 73800
B. lir. 8000 $\times$ An. 8 = 56000

Residui lir. 1200 An. 17800

Dividendo un residuo per l'altro, A dovrà pagare a B lir. 1200 dopo Anni 14 mesi 10.

La ragione di questo si vedrà osservando, che A ha bensì un maggior debito, ma avrebbe il vantaggio di riscuotere un anno prima il suo credito verso B. Dovendo egli dunque ora perdere questo vantaggio, è giusto che ne sia compensato con una dilazione maggiore pel pagamento del suo resto,

pro-

prolungandolo ad Anni 14, 10 invece di Anni 9.

Infatti suppongasi, che ciascuno dal capitale che tiene in mano di ragione dell'altro, ricavi all'anno il 10 per 100.

A. da l. 8200 in An. 9 ricaverebbe l.7380
B. da l. 7000 in An. 8 ricaverebbe l.5600

A dunque ricaverebbe di più - l.1780

Veggasi quanto egli ricaverà col ritenere il sol resto lir. 1200 per An. 14. 10; e saranno appunto lir. 1780.

II. Caso. " A deve a B l. 9000 dopo Anni 9, e B deve ad A lir. 7500 dopo Anni 8. 9. 18. Volendo ridurre il conto ad un sol resto, domandasi a qual tempo dovrà pagarsi "?

Moltiplicando i debiti pel rispettivo tempo si avrà:

A. l. 9000	X	An. 6	= 54000
B. l. 7500	X	An. 8. 9. 18	= 66000
Residui l. 1500			An. 12000

Dividendo un residuo per l'altro il quoto darà Anni 8 da prendersi non d'ora in avanti, ma d'ora in addietro, ossia il quoto indicherà, che il pagamento del resto l.1500 avrebbe dovuto farsi da A 8 Anni prima, e facendosi adesso, B potrà esigere per gli 8 Anni trascorsi quell' interesse per 100, che ricava dalle l. 7500 che ha in mano.

La ragione quì pure s'intenderà facilmente osservando, che B ha sopra di A due diritti, l'uno d'un maggior credito, l'altro

tro d' un maggior tempo. Non solo adunque egli deve ricevere il di più del suo credito, ma anche avere un compenso pel maggior tempo.

Infatti suppongasi, come nel precedente Quesito, che ciascuno dal capitale che tiene di ragione dell'altro, guadagni all'anno il 10 per 100.

B da lir. 7500 ne' primi 6 Anni guadagnerebbe lir. 4500. Negli altri Anni 2. 9. 18 ricevendo da A le lir. 9000, il suo capitale ascenderebbe a lir. 16500, dalle quali guadagnerebbe lir. 4620; in tutto lire 9120.

Invece ricevendo ora da A il resto lir. 1500, e ritenendo le altre lir. 7500, che aveva, il suo capitale ascende in tutto a lir. 9000, dalle quali in Anni 8. 9. 18 guadagnerebbe soltanto lir. 7920. Verrebbe egli dunque a perdere lir. 1200. Ma se faremo che esiga da A i frutti delle lir. 1500 per gli 8 Anni decorsi, ascendendo questi appunto colla stessa ragione del 10 per 100 a lir. 1200, B non verrà più a perder nulla.

Dall' altra parte nemmeno A viene a perdere pagando ora il resto lir. 1500 co' frutti di Anni 8. Poichè egli viene in questo modo a riscuoter ora da B le l. 7500, che non potrebbe riscuotere se non dopo Anni 8. 9. 18, e impiegandole al 10 per 100 viene a guadagnarvi in questo tempo l. 6600, dalle quali sottraendo i frutti di lir. 1500 per Anni 8, che montano, come sopra a lir. 1200, restano a lui di guadagno netto lir. 5400, quante appunto ne caverebbe dal capitale di lir. 9000 ritenendolo per anni 6.

AR-

Articolo II.

Adequati di resto composti.

ALlorchè i capitali di credito, e debito vicendevole sono a diverso tempo, e diverso interesse, 1. per trovare con qual interesse debbasi pagar il resto, si comincia a moltiplicare ciascun capitale pel suo interesse, poi sottratto un capitale dall' altro, e un prodotto dall' altro, si divide il residuo de' prodotti, pel residuo de' capitali, e il quoto dà l' interesse cercato; 2. per trovare a qual tempo il resto debba pagarsi, incominciasi a moltiplicare ciascuno dei precedenti prodotti pel tempo rispettivo, poi fatta la sottrazione de' nuovi prodotti, si divide il residuo di questi pel residuo de' prodotti antecedenti, e il quoto dà il tempo che si ricerca.

Ma anche quì fa d' uopo distinguere due casi. I. Se il maggior debito moltiplicato pel suo interesse e pel suo tempo dà un prodotto maggior dell' altro, il debitore del resto deve pagare l' interesse che ne risulta per tutto il tempo che gli rimane. II. Se al contrario il maggior debito moltiplicato pel suo interesse, e pel suo tempo dà un prodotto minor dell' altro, il debitore deve bensì pagare il resto nel termine di tempo che ne risulta, ma invece riceverne l' interesse dal creditore. Ecco un esempio dell' uno, e dell' altro caso.

I. Caso. " A deve a B lir. 6000 di lir. 4. per 100 per anni 5, e B deve ad A l. 7500 a lir.

a lir. 2 per 100 per anni 10 : volendo ridurre le dette partite ad un sol resto, domandasi con qual interesse, e a qual tempo dovrà pagarsi "?

Per trovar l' interesse, moltiplicando i capitali per gl' interessi rispettivi, s' avrà :

A. l. 6000 X l. 4 = l. 24000
B. l. 7500 X l. 2 = l. 15000

Residui l. 1500 l. 9000

Dividendo un residuo per l' altro, il quoto 6 esprimerà l' interesse del resto lir. 1500.

Per trovare il tempo, moltiplicando i prodotti antecedenti pel tempo rispettivo, si avrà:

A. 24000 X An. 5 = 120000
B. 15000 X An. 10 = 150000

Residui 9000 30000

Dividendo un residuo per l' altro, il quoto Anni 3. 4 indicherà il tempo, a cui il resto dovrà pagarsi.

Dunque B dovrà pagare l. 15000 coll' interesse di l. 6 per 100 dopo anni 3 mesi 4.

Pruova. A per lir. 6000 a lir. 4 per 100 in anni 5 paga a B - - lir. 1200
B per lir. 7500 a lir. 2 per 100 in anni 10 paga ad A - - - lir. 1500

Dunque B per interessi deve lir. 300

Or gl' interessi del resto lir. 1500 al 6 per 100 in anni 3 mesi 4 fanno appunto l. 300.

II. Caso. A deve a B lir. 3500 a lir. 6 per 100 per anni 3, e B deve ad A l. 5000 a lir. 5 per 100 per anni 2: volendo ridur-

re

re le partite ad un sol resto, domandasi come sopra a qual interesse, e a qual tempo dovrà pagarsi "?

Per trovar l' interesse, moltiplicando ciascun capitale per l'interesse rispettivo, si avrà:

A lir. 3500 X lir. 6 = 21000
B. lir. 5000 X lir. 5 = 25000

Residui lir. 1500 lir. - 40000

Dividendo un residuo per l'altro l'interesse sarà lir. 2 $\frac{2}{3}$.

Per trovare il tempo, moltiplicando i prodotti antecedenti pel tempo rispettivo, si avrà:

A. 21000 X An. 3 = 63000
B. 24000 X An. 2 = 50000

Residui - 4000 13000

Dividendo un residuo per l'altro il tempo sarà anni 3 $\frac{1}{4}$. Ma essendo quì il prodotto di B minore che quello di A, dovrà B pagare bensì il resto l. 1500 dopo anni 3 $\frac{2}{4}$, ma ricevere per questo tempo da A l. 3$\frac{2}{3}$ per 100 sulle dette lir. 1500.

Prova. *A* per lir. 3500 a lir. 6 per 100 in anni 3 deve a *B* - - lir. 630
B per lir. 5000 a lir. 5. per 100 in anni 2 deve ad *A* - - lir. 500

Dunque *B* per interessi resta creditore di lir. 130. Or gl' interessi di l. 1500 a l. 2$\frac{2}{3}$ per 100 in anni 3 $\frac{1}{4}$ danno appunto l. 130.

AR-

Articolo III.

Adequati di resto per pagamenti anticipati.

Quando il debitore fa de' pagamenti a conto anticipati col patto che il Creditore debba pel rimanente prolungargli il termine a proporzione del tempo, e del denaro anticipato, i Quesiti si sciolgono colla stessa regola degli adequati di resto semplici. Eccone due esempi.

Quesito I. *A era rimasto debitore a* B *di lir.* 4600 *coll' obbligo di pagarle ai* 25 *Giugno del* 1791, *e colla condizione che potendone dar qualche parte anticipatamente, gli si dovesse a proporzione del tempo, e del denaro anticipato prolungare il termine pel rimanente: accadde che ai* 25 *Marzo* 1788 *egli pagò a conto lir.* 2000. *Or domandasi a qual termine sarà tenuto a pagare le altre lir.* 2600?

Per trovarlo si moltiplichi il denaro anticipato lir. 2000 pel tempo dell' anticipazione che quì è d'anni 3. 3: il prodotto sarà 6500, questo dividasi pel resto l. 2600, e il quoto anni 2 $\frac{1}{2}$ sarà il termine per cui il pagamento del resto dovrà prolungarsi dopo il 25 Giugno del 1791, cioè fino ai 25 Dicembre del 1793.

Per averne la pruova suppongasi che *A* avesse potuto impiegare le lir. 2000, che ha anticipato, a un interesse qualunque, per esempio al 10 per 100; in Anni 3. 3 egli n' avrebbe ricavato lir. 650. Ora è giusto ch' egli ritenga le altre lir. 2600 per tanto tem-

tempo, quanto è necessario a far lo stesso guadagno. Si dica adunque: Se lir. 2000 han fatto questo guadagno in anni 3. 3; in quanto tempo lo faranno l. 2600? La proporzione, come ognun vede, sarà semplice inversa, perchè quanto più cresce il capitale, tanto men tempo richiedesi a far lo stesso guadagno. Moltiplicando pertanto il primo col secondo termine, e dividendo il prodotto pel terzo, si avrà appunto per quoto anni 2 $\frac{1}{2}$.

Quesito II. " A doveva a B lir. 2800 da pagarsi soltanto ai 15 Giugno 1788; ma egli ha fatto colla condizione sopraccennata i seguenti pagamenti anticipati: nel 1783 ai 3 Aprile lir. 250; nel 1785 ai 15 Giugno lir. 150; nel 1786 ai 25 Settembre lir. 900. Domandasi in che tempo dovrà pagare il restante?

Moltiplicando ciascun pagamento pel suo tempo anticipato avremo

lir. 250 X An. 5. 2. 12 = 1300
lir. 150 X An. 3. -- --- = 450
lir. 900 X An. 1. 8. 20 = 1550

Somme lir. 1300 An. 3300

Si sottragga dal debito lir. 2800 la somma de' pagamenti anticipati lir. 1300, il debito resterà lir. 1500.

Dividesi la somma de' prodotti An. 3300 pel residuo debito lir. 1500, e il quoto An. 2. 2. 12 indicherà il termine, a cui il pagamento del medesimo dovrà portarsi dopo

i 15

i 15 Giugno 1788, vale a dire fino ai 27 Agosto 1790.

La pruova si farà come sopra.

SEZIONE IV.

Dei conti mercantili.

I Conti mercantili abbraccian moltissima estensione. Noi riserbando ai proprj luoghi ciò che riguarda le società di negozio, le Alligazioni, o mescolanze di varie merci, e i Quesiti mercantili attinenti alle False Posizioni, quì tratteremo 1. dei varj modi di trovare il guadagno o la perdita sopra le merci, e il maggiore o minor vantaggio dell'una a paragone dell'altra. 2. Delle merci soggette a calo, o a spese. 3. Delle merci comperate, o vendute a respiro. 4. Degli adequati intorno alle merci. 5. Delle tare, e dei doni. 6. Dei ribassi. 7. Delle senserie, e delle provvigioni. 8. Dei confronti e ragguagli delle monete. 9. Dei confronti e ragguagli dei prezzi con diversi pesi o misure, e diverso valor di monete. 10. Dei baratti.

CAPO I.

Dei Guadagni, e delle Perdite sopra le Merci.

IL guadagno o la perdita totale sopra una merce comperata ad un prezzo, e venduta ad

ad un altro, si ha con un semplice confronto dello speso, e del ricavato, e con una sottrazione dell' uno e dall'altro.

Ma quando si vuol sapere ciò che si guadagna o si perde per 100, è necessaria una regola di proporzione, la quale s' istituisce in diverse maniere, secondo le diverse circostanze, come apparirà dagli esempi.

Articolo I.

Trovare il Guadagno.

QUesito I. *Si compera una merce a lire 72. 10. e vendesi a lir. 79. 10; quanto vi si guadagna per 100?*

Cerchisi prima il guadagno fatto sopra l. 72. 10 che è lir. 7, poi dicasi: Se lir. 72. 10 guadagnano lir. 7; quanto guadagneranno lir. 100? Il quarto termine darà il guadagno per 100, che sarà L. 9. 13. 1 $\frac{35}{145}$.

Per farne la prova si dica al contrario: Se lir. 100 guadagnano lire 9. 13. 1 $\frac{35}{145}$; quanto guadagneranno lir. 72. 10? e si avrà esattamente per quarto termine lir. 7.

In pratica però, affine di evitare nella prova il laborioso calcolo delle frazioni basterà, come abbiamo avvertito nelle regole di proporzione a pag. 51, il mettere per secondo termine solamente lir. 9. 13. 1; poi al prodotto di questo nel terzo, che darà lir. 1399. 17. 1 (moltiplicato prima per 2 il terzo, e il primo termine), aggiungere i 35 denari d'avanzo, ossia i ss. 2. 11; per cui avremo lir. 1400, che divise per 100

da-

daran lir. 7, come sopra, per quarto termine.

AVVERTIMENTO. Quì abbiamo detto: *moltiplicato prima per 2 il terzo, e il primo termine*, perchè questa moltiplicazione di lir. 71, 10, e di lir. 100 per 2 si è già dovuta fare nella soluzione del quesito, e per essa appunto l'avanzo è stato di 35 danari; laonde, nella pruova volendo aggiungere i 35 denari, convien ritenere la stessa moltiplicazione dei due predetti termini per 2. Questa moltiplicazione però si potrebbe anche ommettere, e intavolara la proporzione

lir. 100 | lir. 9. 13. 1 | lir. 72. 10,

moltiplicare a dirittura lir. 72. 10 per lir. 9. 13. 1, da cui risulterebbero lir. 699. 18. 6 $\frac{1}{2}$; ma in tal caso l'avanzo da aggiungersi non dovrebbe più essere 35 denari, ma la metà cioè 17 $\frac{1}{2}$, ossia soldo 1. 5 $\frac{1}{2}$; e con tal aggiunta diffatti il presente prodotto diventerebbe lir. 700, che divise per 100 darebbero lir. 7.

QUESITO II. " Uno compera 80 libbre di seta a lir. 25. 10 la libbra, e la vende a soldi 2. 3 al denaro. Domandasi quanto guadagni sopra le 80 libbre, e quanto guadagni per 100 "?

Si vegga prima quanto renda una libbra a ragione di soldi 2. 3 al denaro, e si troverà che rende lir. 32. 8; poichè essendo ogni libbra di seta composta di 12 once, e ogni oncia di 24 denari, una libbra conterrà 288 denari, i quali moltiplicati per soldi 2. 3 daranno soldi 648, ossia lir. 32. 8. Da queste si sottraggano le lir. 25. 10 spe-

 se

se nella compera, resteranno lir. 6. 18 di guadagno per ogni libbra; le quali moltiplicate per 80 daranno lir. 552 per guadagno totale.

Volendo ora trovare il guadagno per 200, si dica: Se lir. 25. 10 guadagnano lir. 6. 18; quanto guadagneranno lir. 100? e saranno lir. 27. 1. 2 $\frac{6}{51}$.

La pruova si farà, come sopra, dicendo: Se lir. 100 guadagnano lir. 27. 1. 2. $\frac{6}{51}$; quanto guadagneranno lir. 25. 10? e risulteranno lir. 6. 18.

Quesito III. *Uno compera una merce qualunque, come Grano, Vino ec. a lir. 27. 15 il moggio, o la brenta, e vorrebbe nella vendita guadagnarvi il 12 per 100. Domandasi qual prezzo avrà a fissarvi?*

Quì convien dire: Se lir. 100 debbono diventar 112; lir. 27. 15 quanto dovran diventare? Il quarto termine lir. 31. 1. 7 $\frac{20}{100}$ o $\frac{1}{5}$ sarà il prezzo ricercato.

Per farne la pruova si cerchi prima il guadagno sottraendo da lir. 31. 1. 7 $\frac{1}{5}$ il costo lir. 27. 15, con che resteranno lir. 3. 6. 7 $\frac{1}{5}$; poi dicasi: Se lir. 27. 15 guadagnano lir. 3. 6. 7 $\frac{1}{5}$; quanto guadagneranno lir. 100? e il quarto termine sarà appunto l. 12.

Quesito IV. *Si comprano Braccia 90 di una stoffa qualunque per lir. 1350, e se ne vendono Braccia 36 per lir. 576; domandasi quanto si è guadagnato per 100?*

Si cerchi prima il guadagno fatto sopra le Braccia 36, per trovare il quale si cominci a cercare il loro costo, dicendo: Se

Brac-

Braccia 90 sono costate lir. 1350; Braccia 36 quanto debbono essere costate? e il quarto termine sarà lir. 540, le quali sottratte dal prezzo ricavato lir. 576, daranno l. 36 di guadagno.

Poscia si dica: Se lir. 540 han guadagnato lir. 36; quanto avran guadagnato l. 100? e s'avrà per quarto termine lir. 6. 13. 4.

Per farne la pruova si dirà: Se lir. 100 guadagnano lir. 6. 13. 4; quanto avran guadagnato lir. 540? e il quarto termine sarà appunto lir. 36.

Quesito V. *A quanto la brenta dovrà comprarsi il vino volendo guadagnarvi il 10 per 100 con venderlo soldi 5. 6 al boccale?*

Boccali 96, ossia una brenta a soldi 5. 6 al boccale danno lir. 26. 8. Dicasi adunque: Se (guadagnando il 10 per 100) lir. 110 vengono da 100; lir. 26. 8 da quante verranno, e s' avrà per quarto termine lir. 24.

Per pruova si dica: Se lir. 100 guadagnan 10; lir. 24 quanto dovran guadagnare? e il quarto termine sarà lir. 2. 8, che è appunto ciò che guadagnasi da lir. 24 ricavandone lir. 26. 8.

Quesito VI. *Vendendo la seta a l. 3 10 l' oncia si guadagna il 5 per 100; a quanto si dovrà vendere per guadagnarvi il 10 per 100?*

Qui si dirà: perchè lir. 105 diventino 110; lir. 3. 10 quante dovran diventare? e il quarto termine, esprimente il prezzo, a cui la seta si dovrà vendere, sarà lir. 3. 13. 4.

Per farne la pruova si cerchi prima quale debba essere il costo della seta, dicendo: Se lir. 105 vengon da 100 ; lir. 3 10 da quante verranno ? e il quarto termine sarà l. 3. 6. 8. Poi dicasi : perchè lir. 100 diventino 110 ; lir. 3. 6. 8. quanto dovran diventare? e s'avran come sopra l. 3. 13.4.

Quesito VII. *Vendendo una data qualità di panno a lir. 21 il braccio si guadagna il 5 per 100 ; quanto si guadagnerà col venderlo a lir. 21. 10?*

Si dica lir. 21 : : lir. 105 : : lir. 211: 10 al quarto termine, che sarà lir. 107. 10. Il guadagno adunque sarà di l. 7. 10 per 100.

Per farne la pruova quì pure si cerchi il costo, che sarà lir. 20 ; poi dicasi : Se lir. 100 guadagnano lir. 7. 10 ; lir. 20 quanto guadagneranno ? Il guadagno si troverà lir. 1. 10 , che aggiunto a lir. 20. fa appunto lir. 21. 10.

Quesito VIII. *Uno ha comperate libbre 800 di seta a lir. 20 la libbra , e n'ha venduto libbre 100 per lir. 2200. Si domanda 1. quanto vi abbia guadagnato per 100 , 2. a quanto debba vendere il resto volendo guadagnarvi lir. 6 per 100 di più ?*

I. Parte : Le libbre 100 costavano lire 2000 , e vendute a lir. 2200 han guadagnato lir. 200. Si dica adunque lir. 200 : lir. 200 : : lir. 100 al quarto termine , che sarà lir. 10 , esprimente quanto vi ha guadagnato per 100.

II. Parte : Le libbre 700 che rimangono costan lir. 14000. Per trovare quanto guada-

dagneranno a ragione di lir. 16 per 100 si dica lir. 100: lir. 16 : : lir. 14000 al quarto termine, che sarà lir. 2240, le quali aggiunte al costo indicheranno doversi vendere le libbre 700 a lir. 16240, e perciò a lir. 23 $\frac{1}{5}$ la libbra.

Articolo II.
Trovare la perdita.

Quesito I. *Uno ha comperata una Stoffa a lir. 15 il braccio, e ha dovuto venderla a lir.* 14. 2; *quanto vi ha perduto per* 100?

Si dica: Se lir. 15 son diventate lir. 14. 2; l. 100 quanto saran diventate? il quarto termine è l. 94; la perdita adunque è stata di l. 6 per 100.

Per pruova si dica: se lire 100 perdono lire 6, ossia soldi 120, lire 15 quanti soldi perderanno? e moltiplicando 120 per 15; poi dividendo il prodotto 1800 per 100, la perdita si troverà di soldi 18, che è appunto la differenza tra l. 15, e l. 14, 2.

Quesito II. *Si domanda quanto pagasse il botirro alla libbra uno che vendendolo 3 quattrini l'oncia vi perdè l.* 12, 10 *per* 100?

Una libbra grossa è di once 28, che moltiplicate per denari 9 danno soldi 21. Egli dunque dalla vendita n' ha ricavato soldi 21 alla libbra.

Se vi ha perduto l. 12, 10 per 100, dunque l. 100 sono rimaste l. 87, 10.

Ciò posto si dica; se l. 87, 10 dovevan essere l. 100; soldi 21 quanti dovevan es-

sere? e riducendo i primi due termini a mezze lire col moltiplicarli per 2, onde diverranno 175, e 200; poi moltiplicando 200 per 21, e dividendo il prodotto 4200 per 175, si avranno per quarto termine sol. 24 esprimenti quanto ei l' ha pagato alla libbra.

AVVERTIMENTO. In questo caso, e in altri simili, ove si confrontano lire con lire, e soldi con soldi, i soldi non si consideran più come parti di una lira, ma come cose di un genere totalmente distinto. Quì però il Quesito poteva sciogliersi anche dicendo l. 87, 10 : l. 100 :: l. 1, 1 al quarto termine, che sarebbe l. 1, 4, o soldi 24 come sopra.

Per pruova si dica: se lire 100 perdono lire 12, 10; soldi 24 quanto perderanno? e la perdita si troverà di 3 soldi, che è appunto la differenza tra soldi 24, e soldi 21.

Quesito III. *Una partita di Frumento venduto a lire 30 il moggio perdette il 10 per 100; a quanto si sarebbe dovuta vendere per perdervi soltanto il 4 per 100?*

Perdendo il 10, l. 100 restano l. 90; perdendo il 4, l. 100 restano l. 96.

Dicasi adunque: l. 90 a l. 96, come il prezzo l. 30 al quarto termine, che sarà l. 32.

Per farne la pruova prima si cerchi il costo di ogni moggio dicendo: se quel che vendesi lire 90 costava l. 100, quello che vendesi lire 30 quanto costava? Il quarto termine sarà lire $33 \frac{1}{3}$. Poi dicasi, se lire

100

100 perdono lire 4; lire 33 $\frac{1}{3}$ quanto perderanno? La perdita sarà lire 1 $\frac{1}{3}$, che sottratta da lire 33 $\frac{1}{3}$ dà appunto le lire 32 trovate di sopra.

Quesito IV. *Vendendo il Vino soldi 7 al boccale si guadagna il 5 per 100; domando se vendendolo soldi 6 si guadagna o si perde, e quanto per 100?*

Quì la proporzione sarà: soldi 7 a lire 165, come soldi 6 al quarto termine, che è lire 90. Si verrà dunque a perdervi lire 10 per 100.

Per farne la pruova prima si cerchi il costo, dicendo; se lire 105 vengon da lire 100; soldi 7 da quanti verranno? Il quarto termine sarà soldi 6, 8. Poi dicasi: se soldi 6, 8 diventano soldi 6; lire 100 quante diventeranno? Il quarto termine sarà appunto l. 90.

Articolo III.

Trovare fra varie merci a diversi prezzi, qual sia la più vantaggiosa.

Quesito I. *Ad un mercatante vengono esibite due specie di stoffe, la prima vale l. 12 il braccio, e si vende l. 14; la seconda vale l. 7, e si vende l. 8: qual compera sarà più vantaggiosa, e quanto vi si guadagnerà per 100 in confronto dell' altra?*

I. Parte. Questa può sciogliersi in due maniere.

1. Maniera. Si cerchi a qual prezzo dovrebbe vendersi l' una, e l' altra stoffa, perchè

chè in proporzione del loro costo il guadagno riuscisse eguale. Si dica adunque: Se quella che costa lir. 7 vendesi lir. 8; quella che costa lir. 12 a quanto dovrebbe vendersi? Dovrebbe vendersi a lir. 13. 14. 3 $\frac{3}{7}$ Sarà adunque più vantaggiosa la compra della prima specie, poichè vendendosi lir. 14, vengono a guadagnarsi soldi 5. 8 $\frac{4}{7}$ di più per ogni braccio.

2. Maniera. Per trovare più speditamente qual sia la compera più vantaggiosa, si moltiplichi in croce il ricavato della prima pel costo della seconda, e il ricavato della seconda pel costo della prima: il ricavato che darà maggior prodotto, sarà il più vantaggioso. Or quì moltiplicando lir. 14 per lir. 7 avremo lir. 98; moltiplicando lir. 8 per lir. 12 avremo 96.

$$\begin{array}{cc} 14 & 8 \\ 12 & 7 \\ \hline 96 & 98 \end{array}$$

Dunque più vantaggiosa sarà la compera della prima Stoffa, dove per ogni lire 96 verranno a guadagnarsi lire 2 di più.

Per vedere se ciò sia vero, e al tempo stesso trovar l'una e l'altra operazione si dica: se colla prima maniera sopra lire 13, 14. 3 $\frac{3}{7}$ si è trovato il guadagno di soldi 4, 8 $\frac{4}{7}$; colla seconda maniera sopra lire 96 qual guadagno dovrà trovarsi? e il quarto termine darà appunto l.2.

La ragione poi, per la quale nella seconda maniera operar si deve colla regola sopra

pra indicata, si è che se i ricavati dell' una e dell' altra Stoffa fosse in egual ragione col loro costo, fatta la proporzione 14 : 12 : 8 : 7, dovrebbe il 14 moltiplicato per 7 dare un egual prodotto, come il 12 moltiplicato per 8. Ora poichè il 14 moltiplicato per 7 dà un prodotto maggiore, ciò sarà indizio, che il ricavato 14 ha una maggior ragione al suo costo di quella che abbia l' altro.

II. Parte. Sciolta la prima parte del Quesito, la seconda è facilissima. Poichè, qualora si sia usata la prima maniera, basterà dire: se lire 13, 14, 3 $\frac{3}{7}$ guadagnano soldi 5, 8 $\frac{4}{7}$, lire 100 quanto guadagneranno? e il quarto termine sarà lire 2, 1, 8. Quando si sia usata la seconda maniera, basterà dire: se lire 96 guadagnano lire 2; lire 100 quanto guadagneranno? e risulteranno egualmente lire 2, 1, 8 per 100.

Quesito II. *Uno ha quattro specie di droghe, la prima* A *costa soldi* 14 *alla libbra, e si vende soldi* 16; *la seconda* B *costa soldi* 7, 6 *l' oncia, e si vende soldi* 8, 6; *la terza* C *costa l.* 3, 5 *la libbra, e si vende l.* 3, 15; *la quarta* D *costa all' oncia soldi* 8, *e* 3, *e vendesi soldi* 9, 6. *Si domanda su quale di queste droghe egli ha un guadagno maggiore?*

Operando nella seconda maniera, come la più spedita, si cominci a confrontare *A* con *B* moltiplicando il ricavato di *A* col costo di *B*, e viceversa; il ricavato di *A* darà 120, quello di *B* darà 119, per cui

 A

A si troverà di maggior vantaggio.

La droga *A*, che si è trovata più vantaggiosa, si confronti con *C*, il ricavato della prima darà l. 52, quella della seconda darà l. 52, 10, onde più vantaggiosa risulterà *C*.

Questa confrontisi con *D*; il ricavato di *C* darà lire 30, 18, 9, quello di *D* lire 30, 17, 6. La droga *C* resterà dunque tuttavia la più vantaggiosa.

Articolo IV.

Confronto di guadagno o di perdita sulla stessa Merce venduta con diverse proporzioni di quantità di prezzo.

Quesito I. *Vendendo* 4 *braccia di Tela per l.* 5 *in tutto si guadagna il* 10 *per* 100; *vendendone braccia* 6 *per lire* 7 *quanto si guadagnerebbe per* 200?

Cerchisi prima il costo con dire: se lire 110 vengon da 100; lire 5 da quante verranno? e il quarto termine sarà l. 4 $\frac{6}{11}$.

Poscia si dica: se braccia 4 costano lire 4, $\frac{6}{11}$; braccia 6 quanto costeranno? Il costo sarà l. 6 $\frac{9}{11}$, che sottratto da lire 7 lascerà $\frac{2}{11}$ di guadagno.

Finalmente si dica: se lire 6 $\frac{9}{11}$ guadagnano $\frac{2}{11}$; lire 100 quanto guadagneranno? e il guadagno si troverà l. 2, 13, 4 per 100.

Per pruova pongasi il Quesito al contrario, dicendo: se braccia 6 vendute per l. 7 guadagnano l. 2, 13, 4 per 100 braccia, 4 vendute l. 5 quanto guadagneranno per 100;

100; e fatte le tre operazioni sopraccennate, risulterà appunto il guadagno di l. 10 per 100.

Quesito II. *Vendendo libb. 12. di una Merce per l. 18 in tutto, si è perduto il 10 per 100; a quanto si dovran vendere libb. 10 della medesima Merce per guadagnare in cambio il 9 per 100?*

Prima si cerchi il costo, dicendo: se lir. 90 restan da lire 100; l. 18 da quante resteranno? e il quarto termine sarà l. 20.

Poi si dica: se libb. 12. costano lir. 20; lib. 180. quanto costeranno? e il quarto termine sarà l. $16\frac{2}{3}$.

Finalmente si dica: se lire 100 debbono guadagnare lir. 9; lire $16\frac{2}{3}$ quanto guadagneranno? e il quarto termine sarà lire 1, 10, che aggiunta a lire $16\frac{2}{3}$, ossia a lire 16, 13, 4 darà lire 18, 3, 4 per prezzo da fissarsi alle lib. 10.

AVVERTIMENTO. La soluzione può anche farsi con una proporzione moltiplice, dicendo: se lib. 12. si son vendute l. 18; se con ciò l. 90. sono rimaste da l. 100; se l. 100 ora debbono diventare l. 109; l. 100 a quanto si dovran vendere? La qual proporzione scritta nel seguente modo:

l.12] l.$\overline{18}$ l.90] l.$\overline{100}$] l.100] l.$\overline{109}$] l. 10, e sciolto secondo le regole insegnate a pag. 78, darà per termine ricercato lire $18\frac{1}{6}$ corrispondente a lire 18, 3, 4 come sopra.

Una soluzione poi potrà all' altra servir di pruova.

CAPO II.

Delle Merci soggette a calo, o a spese.

QUESITO I. *Uno vorrebbe comperar della lana, la purgata vendesi l. 120, 10 al centinajo, la non purgata vendesi l. 94, 10, ma purgandola cala libbre 16 $\frac{2}{3}$ per 100: quale converrà meglio di comperare?*

Da libbre 100 sottraendo libbre 16$\frac{2}{3}$ restano libbre 83 $\frac{1}{3}$. Dicasi adunque: se libbre 100 di Lana purgata costano lire 120, 10; libbre 83 $\frac{1}{3}$ quanto dovrebber costare? Il quarto termine sarà lire 100, 8, 8. Converrà adunque meglio il comperare la non purgata, giacchè invece di lire 100, 8, 4 per essa pagansi solamente lire 94, 10.

La pruova si farà dicendo: se lib. 83 $\frac{1}{3}$ valgono lire 100, 8, 4, libbre 100 quanto debbon valere? e il quarto termine sarà l. 120, 10 come sopra.

Quesito II. *Uno ha comperato libbre 9000 di Lana a l. 84 il centinajo: questa fatta purgare calò lib. 10 per 100; fatta lavorare diede braccia 600 di Panno, e portò la spesa di l. 200; il Panno fatto follare calò braccia 8 per 100 colla spesa di l. 80; fatto tingere calò braccia 20 in tutto colla spesa di l. 40. Si domanda 1. a qual prezzo si dovrà vendere ogni braccio di Panno per guadagnarvi il 12 per 100; 2. a qual prezzo si dovrà vender la Lana ogni centinajo per guadagnarvi il 10 per 100?*

I. Parte. Si comincia a far il conto di tutte le spese. Or libbre 9000 a lire 84 il cen-

centinajo portano lire 7560, aggiungendovi per la manifattura del panno lire 200, per la follatura lire 80, per la tintura lire 40, risulteranno in tutto lire 7880.

Si cerchi in seguito il calo del panno (ommettendo quel della Lana, che qui è già compreso nel panno). Or B. 600 essendo calate nella follatura B. 8 per 100, vale a dire in tutto B. 48, sono rimaste a B. 551; e levando B. 20 calate nella tintura sono rimaste a B. 532.

Avremo dunque B. 532 di panno, che han portata la spesa di lire 7880, e dividendo la spesa pel numero delle braccia, si troverà che ogni braccio costa lire 14, 16, 2 $\frac{472}{532}$.

Per trovare a quanto si debba vendere il braccio affine di guadagnarvi il 12 per 100, si dica: se lire 100 debbono diventar 112; lire 14, 16, 2 (tralasciando la frazione, che poco importa) quanto dovran diventare? Il quarto termine esprimente il prezzo, a cui il braccio si dovrà vendere, sarà lire 16, 11, 8 con $\frac{49}{100}$ da trascurarsi.

Per farne la pruova si dica: se lire 100 guadagnano lire 12; l. 14, 16, 2 quanto dovran guadagnare? e il quarto termine sarà lire 1, 15, 6 con $\frac{43}{100}$ da trascurarsi, il quale sommato con lire 14, 16, 2 darà appunto lire 16, 11, 8.

II. Parte. Si cerchi prima il costo della Lana, che si troverà come sopra lire 7560. Si vegga in seguito a quanto sono rimaste le libb. 9000 calando il 10 per 100 nel pur-

gar-

garle, e si troveranno rimaste a lib. 8100. Si dica adunque: se libbre 8100 di Lana purgata costano lire 7560; libbre 100 quanto costeranno? Il quarto termine sarà lire 93 $\frac{1}{3}$. Per trovare adesso a quanto si dovrà vendere il centinajo per guadagnarvi il 10 per 100, si dica: se lire 100 debbono guadagnar 10, lire 93 $\frac{1}{3}$ quanto dovran guadagnare? Il quarto termine sarà lire 9$\frac{1}{3}$, e sommando costo e guadagno, il prezzo a cui dovrà vendersi il centinajo risulterà a l. 102 $\frac{2}{3}$, ossia l. 102, 13, 4.

AVVERTIMENTO. Questa seconda parte può anche sciogliersi con una proporzione moltiplice, la quale al tempo medesimo serve di pruova, dicendo: se libbre 90 di Lana purgata vengono da libbre 100 di non purgata, se libbre 100 di non purgata costano lire 81, se lire 100 devono diventar lire 110; libbre 100 di Lana purgata quante lire dovranno rendere? Questa proporzione si scriverà nel seguente modo:

l. 90 | l. $\overline{100}$ | l. 100 | l. $\overline{84}$ | l. 100 | l. $\overline{110}$ l. 100

Levando il 100 dal primo conseguente, e dal secondo antecedente; levando pure il 100 dal terzo antecedente, e dall' ultimo termine resteranno il secondo e il terzo conseguente da moltiplicarsi insieme, e da dividersi pel primo antecedente; e dividendo l. 84 × l. 100, ossia l. 9240, per 90, il prezzo di ogni centinajo di Lana purgata risulterà come sopra a l. 102, 13, 4.

CA-

CAPO III.

Delle Merci comperate, o vendute a respiro.

Dicesi comprare o vendere a respiro quando accordarsi un dato termine al pagamento. Come si debba procedere ne' conti di questo genere si vedrà da' seguenti esempi.

Quesito I. E' stata comprata della Seta a lire 18 la libbra in contanti, e venduta a lire 21, termine mesi 8 al pagamento; domandasi a ragione di quanto per 100 all' anno sia stato il guadagno?

Dopo mesi 8 le lire 18 diventando lire 21 guadagnano lire 3.

Dicasi adunque: Se lire 18 in mesi 8 guadagnan lire 3; lire 100 in mesi 12 quanto guadagneranno? e ne verrà una proporzione composta diretta, che s' esprimerà e scioglierà in questo modo.

lir. 18 M. 8 | lire 3 | lire 100 M. 12

```
 8              12
---            ----
144            1200
                  3
               ----
               3600
Quoto lire 25   720
                000
```

Il guadagno sarà adunque lire 25 per 100 all' anno.

Quesito II. Si è comperata la Seta a lire 18, e si vuol vendere col guadagno del 25 per 100 all' anno, termine mesi 8 al pa-

pagamento; si ricerca per quanto si debba vendere?

Questo quesito è opposto al precedente. Dicasi adunque: se lire 100 in mesi 12 debbono guadagnare lire 25, lire 18 in mesi 8 quanto dovran guadagnare? e si proceda come sopra.

lire 100 M. 12	lire 25	lire 18 M. 8.
12		8
1200		144
		3600
Quoto lire 3		0000

Le lire 18 adunque dovran guadagnare lire 3, e per conseguenza la Seta si dovrà vendere lire 21.

Questi due quesiti servono reciprocamente l'uno all'altro di pruova.

QUESITO III. Uno compra dell'Olio a lire 12 il Peso, termine al pagamento mesi 8, e trova a venderlo lo stesso giorno a lire 14 termine mesi 12; domandasi quanto per 100 all'anno egli venga a guadagnare?

La differenza fra lire 12, e lire 14 è lire 2; la differenza fra mesi 8, e mesi 12 è mesi 4.

Dicasi adunque: se lire 12 in mesi 4 guadagnan lire 2; lire 100 in un anno, ossia in mesi 12 quanto guadagneranno? e si proceda come sopra.

lire

lire 12 M. 4 | lire 2 | lire 100 M. 12

4	12
48	1200
	2
	2400
Quoto lire 50	0000

Il guadagno sarà dunque di l. 50 per 100 all'anno.

Per pruova dicasi al contrario: se l. 100 in mesi 12 guadagnano l. 50; l. 12 in mesi 4 quanto guadagneranno? e risulteranno appunto lire 2.

Quesito IV. Uno compra 100 Moggia di Frumento a lire 32 al Moggio, termine al pagamento mesi 20, e le vende a dirittura in contanti a lire 30. Domandasi quanto per 100 all'anno egli venga a perdere?

Ricevendo ora lire 30 per doverne pagare 32 dopo mesi 10, egli è come se prendesse ad imprestito un capitale da restituirsi dopo 10 mesi coll'interesse di lire 2 ogni 30. Resta dunque a vedere a quanto per 100 all'anno corrisponda quest'interesse.

Si dica pertanto: se lire 30 in mesi 10 meritan l. 2; l. 100 in mesi 12 quanto meriteranno? e si proceda come sopra:

lire 30 M. 10 | lire 2 | lire 100 M. 12

10	12
3|00	1200
	2
Quoto lire 8	24|00

Il vendere adunque per l. 30 a contanti ciò che si è comperato per 32 col respiro di mesi 10, è lo stesso che prender ad imprestito un capitale coll'obbligo di restituirlo dopo 10 mesi coll' interesse dell' 8 per 100 all'anno.

Pruova. Vendendo in contanti Moggia 100 a lire 30 si ricevono l. 3000. Questi a ragione di l. 8 per 100 portano d'interesse in un anno l. 240, e per conseguenza in mesi 10 portano l. 200. Aggiugnendo queste al capitale l. 3000 si dovran pagare al termine de' mesi 10 l. 3200, che sono appunto il prezzo delle moggia 100 a l. 32 il moggio.

Quesito V. Libbre 100 di Seta comperate a l. 27 la Libbra in contanti si rivendono immediatamente a l. 30 da pagarsi in tre rate eguali nel termine di 3 anni. Domandasi quanto vi si guadagni per 100 all' anno?

Del modo di sciogliere esattamente questo quesito parleremo nel quesito XV della doppia falsa posizione. Per averne frattanto una soluzione, la quale se non esatta interamente, non molto però dal vero si allontani, riducansi i tre pagamenti ad un sol tempo secondo la regola insegnata a pag. 128.

Questo sarebbe dopo anni 2; poichè ad anni 3 aggiugnendo 1 abbiam 4, e prendendone la metà restan 2.

Si dica in seguito: se l. 27 in anni 2 guadagnano l. 3 (differenza da l. 27 a l. 30)

30); l. 100 in anno 1 quanto guadagneranno? e si proceda come sopra.

lire 27 An. 2 | lir. 3 | lire 100 An. 1

$$\begin{array}{r} 27 \\ 2 \\ \hline 54 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 100 \\ 3 \\ \hline 300 \\ 30 \end{array}$$

Quoto l. $5\frac{30}{54}$, o l. $5\frac{5}{9}$.

Il guadagno sarà dunque di l. $5\frac{5}{9}$ per 100 all'anno.

Quesito VI. Poste le condizioni del Quesito precedente si cerca a qual prezzo la Seta dovrebbe vendersi per guadagnarvi lire $5\frac{5}{9}$ per 100 all'anno.

Essendo questo Quesito reciproco al precedente, si scioglierà per approssimazione allo stesso modo.

Si dirà adunque: Se lire 100 in anno 1 debbono guadagnare l. $5\frac{5}{9}$, l. 27 in anni 2 quanto dovran guadagnare? e fatta l'operazione come sopra, il guadagno ricercato sarà l. 3, che aggiunte alle l. 27, indicheranno doversi vender la Seta a l. 30.

Quesito VII. Una merce è costata lire 1200, si rivende coll'utile del 10 per 100, a patto però che il pagamento sia fatto dopo 9 mesi, ma che per questi si paghi l'interesse del 10 per 100 all'anno sulle lire 1200 di capitale. Domandasi quanto in tutto dovrà pagarsi?

L'utile del 10 per 100 sopra lir. 1200 è lir. 120
L'int. di l. 1200 al 10 per 100 per M. 9 è lir. 90
Aggiugnendovi il capitale - - - li. 1200

S'avrà la somma totale - - - lir. 1410

Mog. 30. 3 a lir. 24 costano lir. 729
Mog. 36. 6 - lir. 28 - - - lir. 1019
Mog. 50. 7 - lir. 33, 10 - lir. 1653,8,9

S. Mog. 118, - lir. 3411,8,9

Dividendo la somma totale de' prezzi per la somma delle Moggia, il quoto indicherà che il frumento si è pagato un per l'altro l. 28, 18, $2\frac{61}{100}$ al Moggio.

Per farne la pruova basta moltiplicare le Moggia 118 per l. 28, 18, 2, e ne risulterà il prezzo totale l. 3411, 8, 9.

Quesito II. Uno ha comperato le seguenti quantità di Bozzoli, o Gallette; della qualità *A* libbre grosse 72 on. 7 a l. 3, 5; di *B* lib. 49 $\frac{1}{2}$ a L. 3, 10; di C lib. 64 on. 16 a l. 3, 15: facendole filare, dalle Gallette *A* ha avuto una libbra piccola di Seta ogni lib. grosse 5 $\frac{1}{2}$, dalle Gallette *B* ogni lib. $4\frac{1}{2}$, dalle Gallette C ogni lib. 5 on. 18. Si domanda I. quante libbre di Seta si son ricavate in tutto; II. quante libbre di Galletta sono entrate in ogni libbra di Seta; III. quanta Seta si è avuta da ogni libbra di Gallette; IV. quanto è costata ogni libbra di Gallette; V. quanto è costata ogni libbra di Seta compresa la spesa della filatura, che è stata lire 250?

I. Essendosi dalle Gallette *A*, che erano lib. 72, 7 avuta una libbra piccola di Seta ogni libbre grosse $5\frac{1}{2}$, dividendo lib. 72, 7 per lib. $5\frac{1}{2}$, ossia riducendo tutto a quarti di libbra (giacchè on. 7. sono la quarta parte di una libbra grossa), e dividendo poi

poi 289 per 22 s' avranno di Seta lib. 13 on. 1. den. $15\frac{6}{22}$.

Dalle Gallette *B* per la stessa ragione dividendo lib. $49\frac{1}{2}$ per lib. $4\frac{1}{2}$, ossia 99 per 9 s' avranno di Seta lib. 11.

Dalle Gallette *C* dividevdo lib. 64, 16 per lib. 5, 18, ossia riducendo ambedue i numeri a pesi di 2. once col moltiplicarli per 14 invece di ridurli ad once col moltiplicarli per 28 (il che si fa per agevolare il calcolo maggiormente), e dividendo poi i risultati, cioè 904 per 79, si avranno di Seta lib. 11 on. 5 den. $7\frac{47}{79}$.

La seta ricavata pertanto è stata (ommettendo le frazioni che son di poco momento)

A. da lib. 72, 7 a lib. $5\frac{1}{2}$ per ciascuna	lib. 13 1,15
B. - lib. 29, 14 - lib. $4\frac{1}{2}$	lib. 11
C. - lib. 64, 16 - lib. 5,18	lib. 11,5, 7
Gall. lib. 186, 9	Seta - lib. 35,6,22

La pruova di ciascuna operazione si farà moltiplicando colle solite regole il quoto pel divisore, da cui uscirà per prodotto il rispettivo dividendo.

II. Parte. Per trovare quante libbre di Gallette sono entrate in ogni libbra di Seta, si divida la somma di quelle per la somma di queste, cioè lib. 186, 9 per lib. 35, 6, 22, ossia (moltiplicando il divisore prima per 12, e poi per 24 affine di ridurlo a denari, e moltiplicando similmente per 12, e per 24 il dividendo affine di conser-

va-

vare fra l' uno e l' altro la stessa proporzione) si divida 8;660, 16 per 10246 ; ed il quoto lib. 5, 6, 15 $\frac{4230}{10246}$ indicherà essere entrate altrettante libbre di Galletta in ogni libbra di Seta.

La pruova si farà similmente moltiplicando il quoto pel divisore, da cui uscirà il dividendo.

III. Parte. Per trovare quanta Seta si è avuta da ogni libbra di Galletta si dividan le lib. 36, 6, 22 di Seta per le lib. 186, 9 di Galletta. E qui in primo luogo per ridurre il divisore a numero intero si moltiplichi per 28, da cui uscirà il prodotto 5217, e per conservar la proporzione si moltiplichi similmente per 28 il dividendo, che darà 996, 1, 16; poscia essendo il dividendo minore del divisore, si riduca quello in once col moltiplicarlo per 12, e n'usciranno once di Seta 11953, che divise per la Galletta 5217 daranno on. 2 den. 6 grani 23 $\frac{4089}{5217}$ esprimenti quanta seta si è ricavata da ogni libbra di Galletta.

La prova si farà come sopra.

IV. Parte. Per trovare quanto è costata ogni libbra di Galletta si faccia l' adequato come nel 1 quesito che sarà

A. Lib. 72,	7	a l. 3,	5	l. 234,	16,	3
B. Lib. 49,	14	- l. 3,	10	l. 173,	5	--
C. Lib. 64,	16	- l. 3,	15	l. 242,	2,	10
Gall. Lib. 186,	9			l. 650,	4,	

Per far la divisione delle lire 650, 4, 1 per Lib. 186, 9 anche qui si riduca prima il divi-

divisore a numero intero moltiplicando per 28, che darà come sopra 5217, e similmente per 28 si moltiplichi il dividendo, che darà lire 18205, 14, 4; poi fatta la divisione s'avran per quoto lire 3, 9, 9 $\frac{2645}{5217}$ esprimenti il prezzo medio di ogni libra di Galletta.

V. Parte. Finalmente per trovare il costo di ogni libbra di seta, al costo totale della Galletta, che è lire 650, 4, 1, s'aggiunga prima la spesa della filatura, che è l. 250, e la somma l. 900, 4, 1 si divida per le libbre di seta 35, 6, 22. E qui pure si riduca prima il divisore a numero intero moltiplicando per 12, e per 24, che darà come sopra 10264, e similmente per 12, e per 24 si moltiplichi il dividendo, che darà l. 259258, 16; poi fatta la divisione s'avran per quoto l. 25 6 $\frac{720}{10246}$ esprimenti il costo di ogni libbra di seta.

Riassumendo pertanto il tutto, ommesse le frazioni:

I. Di Seta si son ricavate in tutto - - - - Lib. 35, 6, 22,

II. Per ogni libbra di Seta sono entrate di Galletta Lib. 5, 6, 15,

III. Per ogni libbra di Galletta si sono ricavate di Seta Lib. -- , 2, 6, 23

IV. La Galletta per adequato è costata alla libbra lir. 3, 9, 9

V. La Seta è costata alla libbra - - - - lir. 25, 6, -

CA-

CAPO V.

Delle Tare, e dei Doni.

PEr *Tara* s' intende, 1. ciò che d' impuro o di eterogeneo si trova in una merce, come terra, sassi nel sale o nello zucchero; terra, sassi, grani eterogenei o guasti nel caffè, nel frumenro ec. 2. ciò che serve ad involgerle, come casse, carte, tele, cordami ec.

Per *Dono* s' intende ciò che il Venditore regala al Compratore sopra al peso netto della sua merce.

Il peso netto si determina per lo più col far la deduzione di un tanto per 100 dal peso totale.

Una tal deduzione ora si fa al di sotto del 100, ed ora al dissopra; vale a dire per deduzione a cagion d' esempio del 5 per 100, or s' intende che lib. 100 debbano valutarsi per 95, ed ora che lib. 105 debbano valutarsi per 100.

Quando si parla di Tara, comunemente si tiene la prima regola, e la seconda quando si parla di Dono: vale a dire quando un Negoziante per ragion di Tara accorda la deduzione del 5 per 100, s' intende ch' ei riconosce esservi nella sua merce lib. 5 di lordo o di sporco (come dicesi volgarmente) ogni 100 libbre, e per conseguenza che ei valuta le 100 Libbre per 80 e 95. All' incontro quando il Negoziante sulla sua merce accorda il Dono del 5 per 100, s' intende, che a 100 Libbre egli n' aggiunge 5

in regalo per ciò che vi può esser di sporco, e in conseguenza ch'ei valuta Libbre 105 per 100.

Noi mostreremo con varj esempi come si debba procedere nelle deduzioni e al di sotto, e al di sopra del 100 secondo i diversi casi.

Articolo I.
Deduzione di Tara.

Qui tre casi principalmente convien distinguere: 1. quando si cerca semplicemente il peso netto, e il prezzo di una merce con una data deduzione di tara: 2. quando si compra e si vende una medesima merce con diversa deduzione di tara: 3 quando si compra una merce con deduzione di tara, e si rivende senza deduzione, o viceversa.

I. Caso. Quesito 1. Si comprano Libbre 2706 $\frac{1}{4}$ d'una merce qualunque a lire 34,10 il 100; con deduzione di tara dell' 8 per 100; domandasi quante libbre resteranno di netto, e qual sarà il loro costo?

Per trovare il peso netto si dica: se da Lib. 100 si levano Lib. 8; da Lib. 2706 $\frac{1}{4}$ quante dovran levarsi? Il quarto termine sarà Lib. 216 $\frac{1}{2}$, che sottratte da Libbre 2706 $\frac{1}{4}$ lasceranno di peso netto Libbre 2489 $\frac{3}{4}$.

Per trovarne il costo si dica: se lib. 100 costano l. 34, 10; lib. 2489 $\frac{3}{4}$ quanto costeranno? e il quarto termine sarà lire 958, 19, $3\frac{30}{100}$.

Que-

Quesito II. Compransi lib. 5480 di Lana a l. 90 il centinajo, con deduzione di lib. 65 per ogni migliajo: quale sarà il peso netto, quale il suo costo?

Per trovare il peso netto si dica: se da lib. 1000 si levano lib. 65; da lib 5480 quante se ne leveranno? Il quarto termine sarà lib. 356, 2, $\frac{2}{5}$, che sottratte da lib. 5480 lasceranno di netto lib. 5123, 9 $\frac{3}{5}$.

Per trovare il costo si dica: se lib. 100 costano l. 90; lib. 5123, 9 $\frac{3}{5}$ quanto costeranno? Il quarto termine sarà lire 4611, 8, 4 $\frac{6}{10}$.

Quesito III. Si comprano lib. 850, 6 di Seta a l. 20 con deduzione di $\frac{2}{3}$ d'oncia per libbra, quante resteranno di netto, e qual sarà il loro costo?

Per trovare il peso netto si dica: se once 12 riduconsi ad 11 $\frac{1}{3}$; lib 850, 6 a quanto si ridurranno? Il quarto termine sarà lib. 803, 3.

Per trovarne il costo basta moltiplicare lib. 803, 3 per l. 20; e ne risulteranno l. 16063.

AVVERTIMENTO. La deduzione da farsi nel presente quesito si troverà ancora in altro modo, prendendo prima il sesto delle lib. 850, 6, per cui si ridurranno a lib. 141, 9, e poi di queste prendendo il terzo che sarà lib. 47, 3: quest' ultimo indicherà la tara da levarsi; e infatti sottraendo lib. 47, 3 da lib. 850, 6 restano come sopra lib. 803, 3 di netto.

La ragione di questa operazione si è che

$\frac{2}{3}$ d'un' oncia equivalgono alla terza parte del sesto di una libbra; poichè il sesto di una libbra di 12 once è once 2, ossia 48 denari, e il terzo di 48 denari è denari 16 che sono appunto i $\frac{2}{3}$ d'oncia.

Per la stessa ragione se la tara è di $\frac{1}{2}$ d'oncia per libbra, si prende prima il sesto delle libbre, e poi il sesto del sesto.

Se è di $\frac{1}{4}$ d'oncia per libbra, si prende prima l'ottavo delle libbre, e poi il sesto dell'ottavo.

Se è di mezz'oncia per libbra, si prende prima il dodicesimo, e poi la metà del dodicesimo.

Se è di $\frac{3}{4}$ d'oncia per libbra, si prende prima il quarto, e poi il quarto del quarto.

II. CASO. Quesito. *Comprasi una merce a l. 25 la libbra levando per tara il 10 per 100, e si rivende colla deduzione soltanto del 4 per 100; si cerca a quanto si dovrà vendere 1. senza guadagno, 2. col guadagno del 20 per 100?*

I. Parte. Nella compera libbre 100 si valutano per 90, nella vendita libbre 100 si valutano per 96. Dicasi adunque: l. 90 a l. 25, come lib. 96 al quarto termine. Quì la proporzione, come ognun vede, è inversa; poichè vendendo per lib. 96 quello che si è comprato per lib. 90, il prezzo d'ogni libbra deve diminuire. Il quarto termine adunque si troverà moltiplicando 90 per l. 25, e dividendo il prodotto lir. 2250 per 95, da cui s'avrà il quoto l. 25. 8. 9 esprimente il prezzo a cui dovrà vendersi senza guadagno. II.

II. Parte. Volendo guadagnarvi il 20 per 100 si dirà: Se l. 100 guadagnan l. 20, l. 23. 8. 9 quanto guadagneranno? e il quarto termine sarà l. 4. 13. 9, che aggiunte alle l. 23. 8. 9 faranno l. 28. 2. 6, prezzo a cui la merce si dovrà vendere per farvi il suddetto guadagno.

AVVERTIMENTO. Questo quesito può variarsi in più modi, i quali all'occasione serviran pure di pruova uno all'altro.

1. Adunque se poste le succennate condizioni si cerca il guadagno per 100, si dica: Se l. 23, 8, 9 guadagnano l. 4, 19, 9; lir. 100 quanto guadagneranno? e il quarto termine sarà l. 20.

2. Se avendo venduto a l. 28, 2, 6 col guadagno del 20 per 100 si cerca quanto costasse, si dica: se l. 120 vengon da 100; l. 28, 2, 6 da quante verranno? e il quarto termine sarà l. 23, 8, 9; per trovare il quale basterà anche dalle l. 28, 2, 6 levare a dirittura il sesto, che è l. 4, 13, 9; giacchè in quella guisa che da l. 120 levando un sesto si han l. 100, così dal terzo termine levando un sesto si avrà a dirittura il quarto termine.

III. Caso. QUESITO I. Comprasi una merce a l. 56 il centinaio, senza deduzione di tara, e vendesi colla deduzione del 4 per 100; domandasi a qual prezzo si dovrà vendere 1: senza guadagnare nè perdere, 2: col guadagno del 10 per 100?

I. Parte. Qui nella compera lib. 100 son valutate per 100, e nella vendita lib. 100

 son

son valutate soltanto per lib. 96. Per non guadagnare nè perdere è necessario adunque che accrescasi al prezzo ciò che si toglie al peso. S' istituisca pertanto la proporzione inversa: libbre 100 a l. 56, come lib. 96 al quarto termine, il quale moltiplicando lib. 100 per l. 56, e dividendo il prodotto l. 5600. per lib. 96, sarà l. 58 $\frac{32}{96}$, ossia l. 58 $\frac{1}{3}$. Infatti lib. 96 nette a l. 58 $\frac{1}{3}$ portano l. 5600 egualmente come lib. 100 sporche a l. 56.

II. Parte. Volendo guadagnarvi il 10 per 100, si dica: se l. 100 guadagnano l. 10; l. 58 $\frac{1}{3}$ quanto guadagneranno? e il quarto termine (che può trovarsi a dirittura prendendo il decimo di l. 58$\frac{1}{3}$) sarà lir. 5, 16, 8, le quali aggiunte a l. 58 $\frac{1}{3}$, ossia a l. 58, 6, 8 daranno l. 64, 3, 4, esprimenti il prezzo, a cui la merce si dovrà vendere per farvi il suddetto guadagno.

AVVERTIMENTO. Se vendendo la merce a l. 64, 3, 4 il centinajo con deduzione del 4 per 100, e guadagno del 10 per 100 come sopra, si cerca il costo della prima compera senza deduzione di tara, si dirà in primo luogo: se nella vendita l. 100 vengon da l. 100; l. 64, 3, 4 da quante verranno? e il quarto termine sarà l. 58, 6, 8. Poi si dirà in secondo luogo: se nella compera (colla deduzione del 4 per 100) lib. 96 sarebbon costate l. 58, 6, 8; non facendo questa deduzione, lib. 100 quanto costeranno? ed essendo qui pure inversa la proporzione, moltiplicando il primo termine lib.

lib. 96 pel secondo l. 58, 6, 8, e dividendo il prodotto pel terzo lib. 100, si avrà per quarto termine l. 56.

Qui pure una soluzione servirà all' altra di pruova.

Quesito II. Comprasi lib. 3000 a lir. 25 la libbra con deduzione di tara dell' 8 per 100, e si rivendono senza deduzione di tara; domandasi a qual prezzo si dovrà vendere ogni libbra 1. senza guadagno, 2. col guadagno di lire 10 per 100.

I. Parte. Quì nella compra Lib. 100 son valutate per Lib. 92, e nella vendita son valutate per 100. Si istituisca adunque la Proporzione inversa: Lib. 92 a l. 25, come Lib. 100 al quarto termine, che moltiplicando il primo pel secondo, e dividendo il prodotto pel terzo, sarà lir. 23, prezzo a cui dovrà vendersi senza guadagno. Infatti Lib. 3000 sporche a lir. 23 portano lir. 69000 egualmente come Lib. 2760 nette (che tante rimangono dedotta la tara dell' 8 per 100) a l. 25.

II. Parte. Volendo guadagnare il 10 per 100, al costo l. 23 si aggiunga il decimo, come sopra, che è l. 2. 6, e la somma l. 25. 6 sarà il prezzo a cui dovrà vendersi.

AVVERTIMENTO. Se vendendo la merce a l. 25. 6, cercasi il guadagno per 100, si dirà: Se l. 23 guadagnano l. 2. 6; l. 100 quanto guadagneranno? e il quarto termine sarà l. 10.

Se colle stesse condizioni cercasi il costo, si dirà in primo luogo: Se l. 110 vengono

gono da l. 100; l. 25. 6 da quante verranno? e il quarto termine sarà l. 23. Poi si dirà in secondo luogo: Se lib. 100 sporche valgono l. 23; lib. 92 nette quanto verranno? e fatta la proporzione inversa, il quarto termine sarà l. 25.

Finalmente qualora poste le dette condizioni cercasi, se la vendita sia stata con deduzione, o senza deduzione di tara, si dirà in primo luogo come sopra: Se l. 100 vengon da l. 100; l. 25. 6 da quante verranno? e s'avrà il quarto termine l. 23. Poi si dirà in secondo luogo, Se l. 25 sono il prezzo di lib. 92 nette; l.23 di quante libbre sporche sarebbero il prezzo? e fatta la proporzione inversa, il quarto termine sarà lib. 100 indicante che il suddetto guadagno del 10 per 100 si fa vendendo lib. 10 per 100, e conseguentemente senza deduzione di tara.

Quì pure le varie soluzioni servono l'una all'altra di pruova.

Articolo II.

Deduzione di dono.

Anche quì conviene distinguere i tre casi medesimi, cioè 1. quando si cerca semplicemente il peso netto, e il prezzo di una merce col dono di un tanto per 100; 2. quando si compra e si vende con diverso dono; 3. quando si compra con dono, e si vende senza dono, o viceversa.

I. CASO. Quesito. *Lib.* 2754 *di una data*

ta merce si son comprate a l. 18 la libbra con dono dell' 8 per 100; *domandasi* 1. *quante libbre sian rimaste di netto*; 2. *qual sia il loro costo*; 3. *a quanto si dovrà vender la libbra collo stesso dono per guadagnarvi il* 20 *per* 100.

I. Parte. Si dica: Se Lib. 108 riduconsi a Lib. 100; Lib. 2754 a quante si ridurranno? e il quarto termine sarà Lib. 2550.

II. Parte. Si moltiplichin Lib. 2550 per l. 18; il costo sarà l. 45900.

III. Parte. Al costo l. 18 s' aggiunga il quinto, che è l. 3. 12; la somma l. 21. 12 sarà il prezzo; a cui dovrà vendersi ogni libbra per guadagnarvi il 20 per 100.

II. CASO. Quesito I. *Comprasi una merce a l.* 18 *la libbra con dono dell'* 8 *per* 100; *e si vuol rivendere col dono del* 2 *per* 100; *a qual prezzo si dovrà vendere* 1. *senza guadagno*; 2. *col guadagno del* 10 *per* 100?

I. Parte. Si dica: Se comprando Lib. 108 per cento il prezzo è l. 18 la libbra, vendendo Lib. 102 per cento il prezzo quale sarà? e il quarto termine darà l. 17.

II. Parte. Alle l. 17 s' aggiunga il decimo, ch' è l. 1. 14; la somma l. 18. 14. sarà il prezzo, a cui dovrà vendersi per guadagnarvi il 10 per 100.

AVVERTIMENTO. A questo Quesito si possono fare tutte le variazioni sopra indicate, le quali serviran pure l' una all' altra scambievolmente di pruova; vale a dire or, posto il prezzo della vendita colle dette condizioni a l. 18. 14, cercando quel della

 com-

compra, che si troverà l. 18; or, posta la compra e la vendita pur colle dette condizioni, cercando il guadagno per 100, che si troverà l. 10; or posto tutto il rimanente come sopra, cercando quale sia stato il dono per 100 nella compera, che si troverà lib. 8, nella vendita che si troverà lib. 2, o se la compera sia stata con dono o senza ec.

Quesito II. *Comprasi una merce a l. 17 la libbra con dono del 2 per 100, e si rivende a lir. 20 con dono dell' 8 per 100; domandasi quanto vi si guadagni per libbra, e quanto per 100?*

I. Parte. Cerchisi prima a quanto dovrebbe vendersi senza guadagno, dicendo: Se comprando lib. 102 per cento il prezzo è l. 17; vendendo lib. 108 per cento il prezzo qual dovrà essere? e il quinto termine darà l. 18, che sottratte da l. 20 mostreranno essere l. 2 il guadagno sopra ogni libra.

II. Parte. Si dica: Se l. 18 guadagnano l. 2: l. 100 quanto guadagneranno? e il quarto termine sarà l. 11 $\frac{1}{9}$ per 100.

AVVERTIMENTO. Anche a questo quesito si potran fare a piacere tutte le variazioni sopraccennate.

III. Caso. Quesito I. *Comprasi una merce a lir. 18 la libbra con dono dell' 8 per 100, e si rivende senza dono; quale dovrà essere il prezzo della vendita 1. senza guadagno, 2. col guadagno del 10 per 100?*

I. Parte. Si dica: se comprando lib. 108

 per

per cento il prezzo è l. 18; vendendo lib. 100 per cento il prezzo qual dovrà essere? e il quarto termine sarà l. 16. 13. 4.

II. Parte alle l. 16. 13. 4 aggiungasi il decimo, che è l. 1. 13. 4; la somma l. 18. 6. 8 sarà il prezzo della vendita col guadagno del 10 per 100.

QUESITO II. *Comprasi una merce a lir. 16. 13. 4 senza dono, e vendesi con dono dell' 8 per 100; qual sarà il prezzo della vendita 1. senza guadagno, 2. col guadagno del 10 per 100.*

I. Parte. Dicasi al contrario del precedente Quesito: Se lib. 100 comperate per cento costano l. 16. 13. 4; Lib. 108 vendute per 100 quanto costeranno? e il quarto termine sarà l. 18.

II. Parte. Alle l. 18. si aggiunga il decimo, ch' è l. 1. 16; la somma l. 19. 16 sarà il prezzo cercato.

AVVERTIMENTO. Ad amendue i quesiti pur si faranno a piacere tutte le variazioni suddette.

CAPO VI.

Dei Ribassi.

IL ribasso non è altro che una diminuzione del prezzo.

Questa può farsi sottraendo immediatamente un tanto dalla somma; oppure un tanto per ogni cento.

Se dalla somma di l. 10000, a cagion d' esem-

esempio si dee fare il ribasso del quinto, ciò vuol dire levare il quinto da tutta la somma; che perciò si riduce a l. 8000. Se dalla somma stessa si dee fare il ribasso per esempio del 20 per cento, la somma egualmente si ridurrebbe a l. 8000. Conviene però qui aver riguardo se un tal ribasso è già convenuto antecedentemenre fra il venditore, e il compratore, o non è convenuto.

Nel primo caso, quando il venditore si obbliga a dar la sua merce ad un prezzo determinato col ribasso di un tanto per 100, a cagion d'esempio del 10 per 100, s'intende che dal prezzo totale si debban levare l. 10 ogni 100, e per conseguenza la deduzione si dee fare al di sotto del 100, dicendo: Se l. 10 riduconsi a 90, l. 100000 a quanto si ridurranno? e il quarto termine sarà l. 90000.

Nel secondo caso, cioè quando non vi sia alcuna convenzione precedente, e si tratti soltanto di fare il ribasso d'un tanto per 100 sopra d'un conto, ove i prezzi si trovino alterati, conviene allora, per procedere più giustamente, esaminare quanto per 100 il venditore abbia accresciuto al giusto valore della sua merce, e trovando per esempio ch'ei v' abbia aggiunto il 10 per 100, segnando 110 quel che val 100; si deve dire: Se l. 110 tornano a 100, lir. 10000 a quanto torneranno (facendosi così la deduzione al di sopra del 100)? e il quarto termine sarà l. 9090. 18. 2. $\frac{2}{11}$: operazione che qui equivale alla sottrazione di

un

un undecimo da tutta la somma.

In pratica però più comunemente ne' ribassi, nelle tassazioni delle liste ec. la deduzione suol farsi al di sotto del 100; perchè essendo difficile nei casi particolari il determinare precisamente, se l'alterazione sia stata fatta piuttosto dal 90 al 100, o dal 100 al 110, conviene stare alla legge generale, la quale nei casi dubbj vuol favorito il Debitore piuttosto che il Creditore.

CAPO VII.

Delle Senserie, e Provvigioni.

PEr Senseria s' intende l' assegnamento di un tanto per 100, che ai Sensali, cioè a quei che procuran la vendita dell' altrui merci, si accorda sopra il ricavato delle medesime.

Per provvigione intendesi un simile assegnamento, che pure accordasi ai venditori, e compratori di merci per conto altrui, ai Riscuotitori degli altrui crediti, ai cambisti ec.

Quell' assegnamento pei Sensali, Venditori, Riscuotitori, e Cambisti è una porzione del ricavato medesimo, e perciò suol prendersi al di sotto del 100, cosicchè quando la senseria, o la provvigione sia a cagion d' esempio del 5 per 100, ad ogni l. 100 ne restano 95 al proprietario della merce, o del credito, e 5 si danno al sensale, o venditore ec.

Rispetto ai compratori per altrui conto la

la provvigione suol essere un assegnamento, o un dono di un tanto per 100 su ciò che si è speso, e perciò questa si trova come nei quesiti di merito semplice, dicendo per esempio: Se l. 100 dan l. 5 di provvigione, il capitale speso quanto darà?

Per mostrare la pratica di tali conti nei diversi casi che possono occorrere, soggiungeremo quì alcuni esempi.

Quesito I. *Uno ha ricavato da merci vendute per conto altrui l. 1600; quante dovrà darne al proprietario, e quante ritenerne per la sua provvigione del 2 per 100?*

Il Quesito può sciogliersi in due maniere, o cercando quanto dee darsi al proprietario, o quanto per la provvigione si dee ritenere, trovata l'una delle quali cose, è trovata anche l'altra, e l'una all'altra serve di pruova.

Nella prima maniera adunque si dirà: Se l. 100 restano l. 98; l. 1600 quante resteranno? e il quarto termine sarà l. 1568 esprimente ciò che al proprietario si deve dare, e che sottratto da l. 1600 mostrerà doversi ritenere per provvigione l. 32.

Nella seconda maniera si dirà: Se da l. 100 si levano l. 2; da l. 1600 quante dovran levarsi? e il quarto termine sarà l. 32 come sopra.

Quesito II. *Un sensale procura ad un negoziante la vendita di lib. 1375 di zucchero a lir. 56 il centinajo, e gli si deve per senseria mezza lira per 100; quante n' avrà il negoziante, e quante il sensale?*

Cer-

Cerchisi prima il prezzo delle lib. 1375, che moltiplicate per l. 56, e divise per 100 daranno l. 770.

Poi operando nella seconda maniera ch'è la più spedita, si cerchi la senseria dicendo: Se da l. 100 si levano soldi 10; da l. 770 quanti si leveranno? e il quarto termine sarà l. 3. 17; le quali sottratte da l. 770 lasceranno per prodotto netto del negoziante l. 766. 3.

La pruova si farà dicendo secondo la prima maniera: Se l. 100 restano 99. 10; l. 770 quante resteranno? e il quarto termine sarà appunto l. 766. 3 come sopra.

Quesito III. *Uno ha riscosso per altrui conto lir. 2755. 10, colla provvigione di mezzo soldo per lira, quanto dovrà egli avere?*

Se la provvigione fosse d'un soldo per lira egli dovrebbe avere soldi 2755 $\frac{1}{2}$, ossia l. 137. 15. 6; ma essendo la provvisione solamente di mezzo soldo, ne avrà la metà, cioè l. 68. 17. 9.

Quesito IV. *Qual sarà la provvigione di* $\frac{2}{5}$ *per 100 sopra lir. 11950. 17. 6?*

Si prenda due volte il quinto di detta somma che darà per ogni volta l. 2390. 3. 6, e per tutte e due l. 4780. 7; poi queste si dividan per 100, e la provvigione risulterà l. 47. 16 $\frac{7}{100}$.

Quesito V. *Avendo sopra una merce ricavate di netto lir. 980 pagando il 2 per 100 di provvigione, domandasi qual sia stato il prezzo totale della merce, e quanto in tutto si sia pagato di provvigione?*

Per

Per trovare il prezzo si dica: Se lir. 89 sono rimaste da lire 100; l. 980 da quanto sono rimaste? e il quarto termine sarà lir. 1100, da cui levando le l. 980 resteranno di provvigione l. 20.

QUESITO VI. *Uno ha comperato per conto altrui delle merci pel valore di lire 5757. 10; domandasi qual sarà la sua provvigione a ragione del 4 per 100, e quale il totale suo credito?*

Volendo avere il credito totale con una sola operazione, si dica: se l. 100 unite alla provvigione fan l. 104; l. 5757. 10 quanto faranno? e il quarto termine sarà l. 5987. 16, da cui levando l. 5757. 10, la provvigione risulterà a l. 230. 6.

Volendo invece prima cercar la provvigione, moltiplicando l. 5757. 10 per 4 ne verranno l. 23030, che divise per 100 daranno di provvigione l. 230. 6, le quali aggiunte alle l. 5757. 10 porteranno il credito totale come sopra a l. 5987. 16.

QUESITO VII. *Un mercatante di Milano manda l. 2964 a un Corrispondente di Genova, perchè gli comperi diverse merci, ritenendo per sua provvigione il 4 per 100; domandasi quanto avrà questi a spendere, e quanto a ritener di provvigione?*

Questo Quesito è contrario al precedente; e siccome in quello si dice: Se l. 100 unendovi la provvigione diventano l. 104 ec.; così in questo si deve dire: Se l. 104 levandone la provvigione restano lir. 100; lir. 2964 quante resteranno? Il quarto termine sarà lir. 2850 esprimenti quanto egli abbia a spen-

spendere, e levate queste da lir.2964, resteran di provvigione l.114.

Per vederne la pruova, si cerchi quale esser debba la provvigione del 4 per 100 sopra le lir.2850 che si spendono, e moltiplicate queste per 4, poi diviso il prodotto per 10, risulteranno appunto l. 114.

CAPO VIII.

Dei confronti, e ragguagli delle Monete.

NEi confronti delle Monete per trovare qual sia la più vantaggiosa, si procede come nei confronti delle Merci di cui s'è parlato a pag. 151. Eccone alcuni esempi.

QUESITO I. *Dee farsi un pagamento in Torino: la Doppia di Milano che quì vale lir.* 25. 3, *pongasi che in Torino valga lir.* 16. 5; *lo Zecchino di Milano che quì vale lir.* 15. 4 *pongasi che valga in Torino lir.* 10; *quale delle due monete sarà più vantaggiosa a spendersi, e quanto per* 100 *si guadagnerà in confronto della men vantaggiosa?*

I. Parte. Questa può sciogliersi in due maniere, come già per le Merci abbiamo indicato.

Colla 1. maniera si cerca a quanto dovrebbe spendersi in Torino e l'una e l'altra moneta, perchè il lor valore riuscisse eguale, dicendo: Se una Doppia da l. 25. 3 si spende per l. 16. 5; uno Zecchino di l. 15 4 per quanto s'avrebbe a spendere? Il quarto termine sarà l. 9, 16. 5 $\frac{29}{503}$; e spendendosi invece lo Zecchino per l. 10; ne risulterà il guadagno di soldi 3. 6$\frac{474}{503}$ per ciascuno.

Col-

Colla 2. maniera si scriva al di sopra il valore che han le due monete nel paese in cui hanno a spendersi, e al di sotto il valore delle medesime nel paese, da cui hanno a spedirsi; poi si moltiplicano i detti valori in croce, e quella moneta, che nel paese, ove deve spendersi, darà un prodotto maggiore, sarà la più vantaggiosa. Quì dunque si scriveranno in questo modo:

	Doppie		Zecchini
Torino	16. 5	×	10
Milano	25. 3		15. 4
	247. --		251. 10

Essendo pertanto in Torino il prodotto delle Doppie l. 247, e quello dei Zecchini l. 251. 10, converrà meglio colà spendere gli Zecchini di Milano che le Doppie, guadagnandovisi l. 4 10 sopra l. 247.

Per fare le due moltiplicazioni con maggiore facilità, potrannosi anche scrivere invece nel seguente modo l' un sotto all' altro i valori che hannosi a moltiplicare insieme

Torin. Doppia	16. 5	Torino. zecchino	10
Mil. Zecchino	15. 4	Milano. doppia	25 3
	243. 4		250
	3. 16		1. 10
	lir. 247 --		lir. 251. 10

La ragione di questa operazione già si è esposta a pag. 152 trattandosi del ragguaglio nel valor delle merci. Nondimeno soggiugneremo quì un' altra ragione ancor più sen-

sensibile. Se adunque in Torino il valore delle due monete avesse la stessa proporzione che ha in Milano, dovrebbero Doppie num. 15 $\frac{4}{20}$ a l. 16. 5 dare lo stesso prodotto, come Zecchini num. 25 $\frac{3}{20}$ a l. 10, in quella guisa che in Milano tanto valgono scudi num. 3 a l. 46, quanto mezzi scudi num. 6 a l. 3, e come deve avvenire in tutte le monete di un valore proporzionato. Ma poichè gli Zecchini in Torino danno un prodotto maggiore, dunque converrà meglio colà spendere Zecchini n. 25 $\frac{3}{20}$, da cui si ricaveranno l. 251. 10 di Savoja, che Doppie num. 15 $\frac{4}{20}$, da cui si ricaveranno soltanto l. 247, perdendovi l. 4 10 di Savoja.

II. Parte. Per trovare quanto per 100 si guadagni pagando piuttosto in Zecchini che in Doppie; se l'operazione si sarà fatta nella 1. maniera, si dica: Se l. 9. 16. 5 $\frac{22}{503}$ guadagnano lir. -- 3. 6 $\frac{474}{503}$; l. 100 quanto guadagneranno? E se l'operazione si sarà fatta nella 2. maniera, si dica: Se 247 guadagnano l. 4. 10, quanto guadagneranno l. 100? e il quarto termine nell'uno, e nell'altro caso sarà l. 1. 16. 5$\frac{61}{247}$.

AVVERTIMENTO. Se il denaro s'avesse a spedire da Torino a Milano, l'operazione farebbesi al contrario, cioè

Milano. Doppia 25. 3 Milano Zecchino 15. 4
Torin. Zecchino 10. Torino. Doppia 16. 5

lir. 251. 10 lir. 247. --

Da cui risulterebbe che al Debitore Tori-

nese

nese converrebbe meglio spedire doppie di Milano, che zecchini, poichè con 10 doppie pagherebbe in Milano l. 251. 10, e con zecchini 16 $\frac{5}{20}$ pagherebbe soltanto l. 247, perdendovi l. 4. 10 di Milano.

Siccome poi la moneta ch'è più vantaggiosa a chi paga, è la men vantaggiosa a chi riceve; così qualora si operi nella 2. maniera coll'ordine accennato il prodotto maggiore indicherà la moneta più vantaggiosa a chi paga, e il prodotto minore la più vantaggiosa a chi riceve.

Che se l'ordine sarà al rovescio, come si usa da alcuni, e invece di scrivere al di sopra il valore che han le monete nel luogo ove s'hanno a spendere, si scriverà il valore che hanno nel luogo, da cui si debbono spedire, sarà allora al contrario più vantaggiosa a chi paga quella che dà il prodotto minore, e più vantaggiosa a chi riceve quella che dà il maggior prodotto, siccome è manifesto per se medesimo.

Nell'uno e nell'altro caso poi le lire, che risultano di vantaggio, dovranno intendersi come lire di quel paese, ove s'hanno a spendere, e per ciò spendendo gli zecchini in Torino, sopra l. 247 di Savoja s'avranno di guadagno l. 4. 10 pur di Savoja, e spendendo le doppie in Milano sopra l. 247 di Milano, s'avranno di guadagno l. 4. 10 di Milano. Tutto ciò senza pruova ulteriore abbastanza è dimostrato dalle cose precedenti.

QUESITO II. *Dee farsi in Torino un pagamen-*

mento di lir. 15900 di Piemonte. Dato che in Milano la Doppia si spenda lir. 25. 3, lo Zecchino lir. 15. 4, lo Scudo di Francia lir. 7. 11, la Pezza di Spagna l. 6. 17; e che in Torino la Doppia di Milano si spenda lir. 16. 5, lo Zecchino di Milano l. 10. lo Scudo di Francia lir. 5, e la Pezza di Spagna lir. 4. 10? domandasi 1. quale di queste monete sarà la più vantaggiosa per fare il pagamento, 2. quanto si guadagnerà sulla detta somma colla moneta più vantaggiosa in confronto di ciascuna delle altre?

I. Parte. Operando nella seconda maniera, e coll'ordine indicato dal confronto della Doppia collo zecchino, il prodotto della Doppia sarebbe come sopra l. 247, e quello dello zecchino l. 251. 10, onde più vantaggioso risulterebbe lo zecchino; confrontando lo Zecchino collo Scudo di Francia, questo darebbe lir. 76, e quello l. 75 10, onde più vantaggioso riuscirebbe lo Scudo; confrontando lo Scudo di Francia colla Pezza di Spagna, da questa si avrebbero l. 33. 19. 6, e da quello l. 34. 5, onde più vantaggioso pur resterebbe lo Scudo di Francia.

Ma trattandosi di saper anche a confronto il guadagno che si farà colla moneta più vantaggiosa, sarà meglio istituire per ciascuna moneta le seguenti regole di proporzione.

1. Per la Doppia si dica: Se l. 16. 5 di Piemonte portano l. 25 3 di Milano; lir. 100 di Piemonte quanto porteranno? e il quarto termine sarà l. 154. 15 4 $\frac{200}{325}$ di Milano.

2. Per

2. Per lo Zecchino si dica: Se l. 10 di Piemonte fanno l. 15. 4 di Milano; l. 100 quanto faranno? e il quarto termine sarà l. 152.

3. Per lo Scudo di Francia si dica similmente: Se l. 5 di Piemonte fan l. 7. 11 di Milano; l. 100 quanto faranno? e il quarto termine sarà l. 151.

4. Per la Pezza di Spagna si dica: Se l. 4. 10 di Piemonte fan l. 6. 37 di Milano; l. 100 quanto dovranno fare? e il quarto termine sarà l. 152. 4. 5 $\frac{3}{90}$.

Risulterà adunque, che per ogni lir. 100 di Piemonte si pagheranno di moneta Milanese, ommesse le frazioni:

Colla Doppia di Milano	- lir.	154.	15.	4
Collo Zecchino di Milano	- lir.	152.	- -,	- -
Collo Scudo di Francia	- lir.	151.	- -,	- -
Colla Pezza di Spagna	- lir.	152.	4.	5

Per conseguenza la moneta più vantaggiosa sarà prima lo Scudo di Francia, poi lo Zecchino di Milano, in seguito la Pezza di Spagna, e per ultimo la Doppia di Milano.

II. Parte. Questo non abbisogna che d'una semplice Proporzione, dicendo: Se collo Scudo di Francia in confronto dello Zecchino di Milano per l. 100 di Piemonte si guadagna una lira di Milano; per l. 15900 di Piemonte quante lire di Milano si guadagneranno? e ne risulteranno l. 159. Allo stesso modo si troverà il vantaggio dello Scudo di Francia sulla Pezza di Spagna, e sulla Doppia di Milano.

Quesito III. *Devesi fare un pagamento di lir.*

lir. 8000, e il Creditore bramerebbe quanto è possibile un egual numero di Zecchini a l. 15. 4, di Talleri a lir. 7. 10, e di Scudi a lir. 6; cercasi qual sarà il detto numero, e se corrisponderà all' intera somma, o se converrà aggiungervi un' altra valuta?

Per trovare il numero desiderato si sommino prima insieme 1 Zecchino, 1 Tallero, e 1 Scudo, che fanno l. 28. 14; poi si dica: se l. 28. contengono 1 moneta di ciascuna di queste specie; lir. 8090 quante di ciascuna delle medesime specie ne conterranno? e dividendo l. 8090 per l. 28. 14, ossia soldi 161800 per soldi 574, il quoto sarà 182 con soldi 206 di residuo, indicante che dovran darsi n. 281 così di Zecchini, come di Talleri, e di Scudi, e aggiugnervi in altra valuta soldi 506, ossia l. 25. 6.

Pruova

Zecchini	281	a l. 15. 4	fanno	l. 4271.	4
Talleri	181	l. 7. 10	-	l. 2107.	10
Scudi	281	l. 6. -	-	l. 1686.	--
	Somma	- - - -	-	l. 8064.	14
	S' aggiungano	- -	-	l. 25.	6
	Somma totale	-	-	l. 8090.	--

QUESITO IV. *Domandasi il minor numero intero possibile di Zecchini a lir. 15. 4, e di Talleri a lir. 7. 10 che formino un' egual somma.*

Per trovar questo numero 1. si riduca in soldi così lo Zecchino, come il Tallero, mol-

moltiplicando amendue per 20, e s' avranno per lo Zecchino soldi 304, e pel Tallero soldi 150.

2. Si dividano questi due numeri pel massimo comun divisore (V. pag. 20) che qui è 2: ne risulteranno da una parte 152; e dall' altra 75.

3. Si prendano questi due numeri viceversa, e 75 Zecchini daranno appunto una somma eguale a 102 Talleri.

Infatti moltiplicando 75 per 25. 4, e 152 per l. 7. 10 si avrà l' egual somma l. 1140.

La ragione di questa operazione si è che essendo 304: l. 15. 4. :: 150 : l. 7. 10, dividendo i due antecedenti per 2 sarà egualmente 152 : l. 15. 4 : 75 : l. 7. 10, e per conseguenza moltiplicando fra loro i due estremi, e i due medj; cioè 152 per l. 7. 10, e 75 per l. 15. 4 s' avrà un eguale prodotto l. 1140.

AVVERTIMENTO. Se il valore di amendue le monete sarà un numero intero di lire, prenderannosi allora a dirittura tante monete dell' una, quante lire val l' altra: così n. 6 Sovrani da l. 45 equivaleranno a n. 45 Scudi da l. 6, essendo la stessa cosa moltiplicare 6 per l. 45, come 45 per l. 6.

QUESITO V. *Si è comperata in Bergamo una partita di seta per lir. 2286 di quella moneta, e si è venduta in Milano, dedotte le spese di dazio, condotta ec., per l. 1620 di questa; domandasi quanto si sia guadagnato in tutto, e quanto per 100, posto che lo scudo di Milano da lir. 6 valga in Bergamo lir. 9.*

I. Par-

I. Parte. Per trovare il guadagno totale si dica: Se lir. 9 di Bergamo equivalgono a lir. 6 di Milano; lir. 2285 a quanto equivaleranno? e il quarto termine sarà lir. 1524, che sottratte da lir. 1620 danno di guadagno lir. 96.

AVVERTIMENTO. La corrispondenza fra le lire di Bergamo, e quelle di Milano quì può trovarsi ancora più speditamente con levare il terzo dalle lire di Bergamo, posto che lo scudo valga colà un terzo di più che in Milano. Infatti da l. 2286 levando il terzo ch'è l. 761, restano appunto di Milano l. 1525.

II. Parte. Il guadagno per 100 si troverà al solito con dire: Se lir. 1524 han guadagnato lir. 96.; lir. 100 quanto avran guadagnato? e il quarto termine sarà lir. 6. 5. 21. $\frac{1234}{1154}$.

QUESITO VI. *Un' altra quantità di seta fu comperata negli anni addietro in Torino per lir.* 1000 *col Gigliato a lir.* 9. 10, *e venduta in Milano, dedotte le spese di trasporto ec., per lir.* 1800 *col Gigliato a l.* 14 10. *Domandasi quanto si è guadagnato in tutto, e quanto per* 100?

I. Parte. Si cerchi prima quanti Gigliati a lir. 14 10 stiano in l. 1800. Moltiplicando l' uno e l' altro per 2. e dividendo il risultato 3600 per 29., il quoto darà Gigliati 124 con 4 di avanzo, che moltiplicato per 20, e diviso per 29 darà 2 ventesimi di Gigliato con 22 d'avanzo, che moltiplicato per 20, e diviso per 29 darà 9 do-

dicesimi di un ventesimo di Gigliato con 3 d'avanzo, che potrà trascurarsi. Questa moltiplicazione degli avanzi per 20, e per 12 si fa per togliere la frazione $\frac{3}{19}$ che resterebbe, e per maggior comodo dell'operazione da farsi in seguito, la quale si eseguirà poi allo stesso modo, con cui si opera per lire, soldi e denari. Il quoto totale adunque sarà Gigliati 124. 2. 9. Questo si moltiplichi per lir. 9. 10, onde vedere quante lire di Savoja ne vengano. Il prodotto sarà lir. 1179. 6. 1, da cui sottraendo il costo lir. 1000, restan di guadagno lir. 179. 6. 1 di Savoja.

AVVERTIMENTO Quesito I. Parte può anche sciogliersi in altro modo, il quale all'occasione servirà pure di pruova. Si dividano le lir. 1000 di Savoja per lir. 9. 10 nella maniera detta pocanzi, ne verranno Gigliati 105. 5. 3. Si dividano parimente le lir. 1800 di Milano per l. 14. 10, ne verran come sopra gigliati 124. 2. 9. Si sottragga un quoto dall'altro, resteran di guadagno gigliati 18. 17. 6, che moltiplicati per lir. 9. 10 daranno l. 179. 6. 3 di Savoja come sopra (colla picciola differenza di 6 denari procedente dalle frazioni trascurate); e moltiplicati per lir. 14. 10 daranno lir. 273. 13. 9 di Milano.

II. Parte. Per trovare il guadagno per 100 si dica al solito lir. 1000 : l. 179, 6. 1 :: lir. 100 : al quarto termine, che sarà l. 17. 18. 7 di Savoja, ogni l. 100 di Savoja, e per conseguenza altrettante di Milano ogni l. 100 di Milano. CA-

CAPO IX.

Confronto, e ragguaglio dei Prezzi con diversi Pesi, e Misure, e diverso valor di Monete.

I Quesiti di questa specie si possono sciogliere di due maniere: prima con varie proporzioni separate; secondo con una sola proporzione moltiplice, come apparirà dai seguenti esempj.

QUESITO I. *Si cerca quanto (prescindendo di ogni spesa di trasporto) costerà al braccio in Milano a misura, e moneta di Milano il panno, che in Bergamo a moneta, e misura di Bergamo è costato lir. 10. 10 al Braccio posto che Braccia 10 di Milano equivalgano a Braccia 9 di Bergamo, e lir. 1 di Milano equivalga a lir. 1. 10 di Bergamo.*

I. Maniera. Si faccia prima una Proporzione pel ragguaglio delle monete, dicendo: Se lir. 1. 10 di Bergamo val l. una di Milano; lir. 10. 10 quanto varranno? e il quarto termine sarà lir. 7. Poi se ne faccia un'altra per ragguaglio della misura, dicendo: Se braccia 10 di Milano equivalgono a Braccia 9 di Bergamo; l. 7 quante diventeranno? e il quarto termine sarà l. 6. 6.

AVVERTIMENTO. Qui tutto ciò potrà farsi più presto levando da lir. 10. 10 il terzo pel ragguaglio delle monete, con che s'avran lir. 7, e poi da queste levando il decimo pel ragguaglio delle misure, con che s'avranno lir. 6. 6.

II. Maniera. S'istituisca una Proporzione moltiplice, dicendo: Se braccia 10 di Milano fan Braccia 9 di Bergamo; se Braccia 1 di Bergamo val lir. 10. 10 di quella moneta; se lir. 1. 10 di Bergamo val lir. 1 di Milano: Braccio 1 di Milano quanto varrà di questa moneta? e l' intavolazione sarà:

Mil.	*Berg.*	Berg.	*Berg.*	Ber.	*Mil.*	Mil.
B.10	Br.9.	B. 1	l.10.10	l.10.19	l.1	B.1

Il secondo antecedente, e l'ultimo termine si distruggono perchè eguali.

Il secondo conseguente, e il terzo antecedente moltiplicati per 2 danno l'uno 21, e l'altro 3.

Il primo conseguente, e il terzo antecedente divisi per 3 restano l' uno 3, l'altro 1.

Questo terzo antecedente allor si distrugge col terzo conseguente.

Rimane adunque il primo conseguente ridotto a 3 da moltiplicarsi pel secondo conseguente ridotto a 21, e il prodotto 63. resta a dividersi pel primo antecedente 10.

Dalla divisione s' avrà per quoto l. 6. 6 come sopra.

Quesito II. *Suppongasi che una libbra di Livorno equivalga a libb. 1 $\frac{1}{6}$ di Milano, e una Piastra, ossia Giulj 9 di Livorno equivalgano a l. 6, 10 di Milano. Posto ciò se una libbra di Seta costa in Livorno Giulj 28, quanto costerà in Milano compreso anche il 3 per 100 di spesa per condotta ec.?*

Operando colla proporzione moltiplice si dica

dica : se Lib. $1\frac{1}{6}$ di Milano equivale a Lib. 1 di Livorno ; se Lib. 1 di Livorno val Giulj 28 : se Giulj 9 valgon l. 6, 10 di Milano; se l. 100 di Milano per la spesa aggiunta diventano l. 103; Lib. 1 di Milano quanto costerà ? e s' intavoli al modo seguente :

$G. 1\frac{1}{6} \mid L. 1 \quad L. 1 \mid G. 28 \mid G. 9 \mid l. 6, 10 \mid 100 \mid 103 \mid l. 1$

Il primo conseguente, e il secondo antecedente si distruggono.

Il primo antecedente, e il terzo conseguente moltiplicati per 6 danno l' uno 7, e l' altro 39.

Il primo antecedente, e il secondo conseguente divisi per 7 restano 1 e 4.

Il primo antecedente allora si distrugge coll' ultimo termine.

Fra i conseguenti adunque rimane il quarto 103, il terzo 39, e il secondo 4, che moltiplicati insieme daranno 16068 per dividendo.

Fra gli antecedenti rimane il terzo 9, e il quarto 100, che moltiplicati insieme daranno 900 per divisore.

Fatta la divisione, il quoto sarà lire 17, 16 $\frac{65}{900}$ esprimenti il prezzo della Seta in Milano.

Operando colla prima maniera si cominci dalla proporzione Giulj 9 : lire 6, 10 :: Giulj 28 al quarto termine, che sarà l. 20, 4, 5 con $\frac{3}{9}$ di residuo.

Poi da lir. 20, 4, 5 per la diversità del peso si levi il settimo, giacchè Lib. 7 di Milano fan Lib. 6 di Livorno, e re-

steranno l. 17, 6, 8.

A queste s'aggiunga il 3 per 100 di spesa, che importa soldi 10, 4 con $\frac{82}{100}$ di residuo.

Ne risulteranno lire 17, 17 come sopra, ommesse le frazioni minori di un denaro, che in questi conti si trascurano.

Quesito III. " Una Stoffa di Lione costa all'auna lir. 8 di quella moneta; domandasi quanto costerà al braccio in Milano, ponendo l'auna a Braccia 2 di Milano, e la lira di Francia a l. 1, 6 di Milano, e aggiuntovi per provvigione, dazio, e condotta il 10 per 100 di spesa "?

I. Maniera. Pel ragguaglio della misura se l'auna costa l. 8 di Francia, il braccio costerà l. 4.

Pel ragguaglio della moneta moltiplicando l. 4 di Francia per soldi 26 avremo l. 5, 4 di Milano.

Per le spese di provvigione ec. aggiungendo a lire 5, 4 il decimo, che è soldi 10. 4 $\frac{8}{10}$, ne risulteranno lire 5, 14, 4 (trascurando la frazione) esprimenti il prezzo del braccio in Milano.

II. Maniera. Colla Proporzione moltiplice si dica, se braccia 2 di Milano equivalgon ad auna 1 di Lione; se auna 1 val lir. 3 di Francia; se l. 1 di Francia val l. 1, 6 di Milano; se l. 100 di Milano per le spese aggiunte diventano l. 110: braccia 1 di Milano quanto costerà? e s'intavoli a questo modo

B.2 | A.1 | A.1 | l.8 | l.1 l.1, 6 | l.100 | l.110 | B.1.

Il

Il primo conseguente, e l'ultimo termine si distruggono col secondo, e terzo antecedente.

Il primo anteced. e il secondo conseg. divisi per 2 danno 1 e 4.

Fra i conseguenti rimangono il quarto 110, il terzo 1, 6, e il secondo 4, che moltiplicati insieme formano 572 per dividendo.

Fra gli antecedenti restano il quarto 100, e il primo 1, che moltiplicati dan 100 per divisore.

Fatta la divisione il quoto sarà lire 5, 14, 4 come sopra.

Quesito IV. " Verghe 64 di Londra equivalgono a Braccia 100 di Milano, ed 1 lira sterlina nel cambio ordinario vale lire 30 di Milano, e qualche soldo. Ciò premesso pongasi che un Negoziante riceva da Londra una cassa contenente tre qualità di Stoffe coll'annesso conto, che importi lire sterline 254, 16 corrispondenti a lire 7664 di Milano, e che le spese di dazio, spedizione, condotta ec., faccia montar la somma a lire 7920. 15 di Milano: domandasi quante lire di Milano costerà al braccio ciascuna Stoffa, comprese tutte le spese "?

Il conto sia il seguente:

Dal Sig. N. N. di Londra è stata rimessa una cassa marcata ec. contenente le seguenti merci a norma di sua fattura.

N.					
N.1	Verghe n.90	Stoffa a ss.6,3	lir.	28, 2, 6
2	- - 706	- - ss. 7,	lir.	96, 12, -
3	- - 300	- - ss. 8,	lir.	120, -, -
	Cassa e imball.		lir.	—, 5, 6
			lir.	245, --, --

Riporto delle lir. 245, --, -
Prov. 5 per 100 - lir. 9, 16, -

lir. 254, 16, -

lir. 254, 16 fanno di Milano lir. 7664, --, -
Dazio - - - lir. 120, --, -
Spese nella spedizion. lir. 45, --, -
Condotta - - lir. 90 10, -
ai Facchini - - lir. 1, 5, -

lir. 7920, 15, -

Per trovare colla 1. maniera quanto sosti compreso tutto ogni braccio di ciascuna Stoffa in Milano, si cominci ed osservare quanto importino le tre Stoffe di puro prezzo senza le spese; e il costo (sommando le tre prime partite senza Cassa, e imballaggio) sarà lire sterline 244, 14, 6.

Si divida per questo numero la somma totale lire 7920, 15, il quoto sarà lire 32, 7, 4, $\frac{11638}{58744}$, invece di cui per maggior facilità de' calcoli seguenti potran prendersi lire 32. 7, 6, giacchè queste moltiplicate per lire 244, 14, 6 danno lire 7922, 18, 6, le quali superan la somma totale lire 7920, 15 di sole lire 2, 3, 6, differenza che quì è di poco momento.

Il detto quoziente indicherà che ogni lira sterlina del prezzo delle suddette merci, aggiunte tutte le spese, importa l. 32, 7, 6 di Milano.

Ciò posto si cominci dalla prima Stoffa, e si dica: se verghe 65 fanno braccio 600, ver-

verghe 90 quante braccia faranno? e il quarto termine sarà braccia $140\frac{40}{64}$ o $\frac{5}{8}$.

Similmente si dica: se 1 lira sterlina fa lire 32, 7, 6 milanesi: lire ster. 28, 2, 6 (prezzo della prima Stoffa) quante lire faran di Milano? e il quarto termine sarà l. 910, 10, 10.

Fatto questo si divida il prezzo lire 910, 10, 10 pel numero delle braccia $140\frac{5}{8}$, e il quoto l. 6, 9, 6 esprimerà il costo di ciascun braccio della prima Stoffa.

Per trovare il costo della seconda basterà il dire: se scellini, o soldi 6, 3 (prezzo di ogni Verga della prima) importano per ogni Braccio lire 6, 9, 6; scellini, o soldi 7 (prezzo della seconda) quanto importeranno? e il quarto termine sarà l. 7, 5 $\frac{1}{25}$.

Allo stesso modo il costo della terza Stoffa si troverà l. 8, 5, 11 $\frac{1}{25}$.

2. Maniera. S'istituisca per trovare il costo della prima Stoffa la seguente Proporzione moltiplice: se B. 100 fan Verghe 64; se Verga 1 vale Scel. 6. 3; se Scel. 20 fanno l. 32, 7, 6; B. 1 quanto costerà?
B.100|ver. 64|ver. 1|s. 6, 3|s. 20|l. 32, 7, 6|B. 1
Il secondo antec. e l'ultimo termine si distruggono. Il secondo conseg. ed il terzo antec. moltiplicato per 4 danno l'uno 25, e l'altro 80.

Questo secondo conseg., e il primo antec. divisi per 25 dan 1 e 4.

Questo primo antec., e il primo conseg. divisi per 4 dan 1 e 16.

Il primo antec., e il secondo conseg. allor si distruggono.

Fra i conseguenti rimangono il terzo lir. 32, 7, 6; e il primo 16, che moltiplicati insieme danno l. 518 per dividendo.

Fra gli antecedenti rimane solamente il terzo 80 per divisore.

Fatta la divisione il quoto è come sopra lire 6, 9, 6 costo di ciascun braccio della prima stoffa.

Il costo delle altre si troverà nel modo sopraccennato.

CAPO X.

De' Baratti.

Il Baratto non è altro che il dare una merce, e riceverne un' altra in cambio.

Le merci che dannosi a baratto sogliono mettersi a prezzo maggiore di quello, a cui vendonsi in contanti.

Ciò posto la regola generale nei baratti si è di proporzionare nell' una e nell' altra merce il prezzo del baratto col prezzo della vendita a contanti. Le regole particolari poi secondo i diversi casi si vedranno dai seguenti esempi.

Articolo I.

De' baratti contemporanei.

Quesito I. *Vuol barattarsi Panni con Seta; la Seta vale a contanti l. 27, 10, e si pone in baratto a l. 31; a quanto si dovrà*

vrà porre in baratto il Panno che a contanti val l. 18, 10?

Si faccia la proporzione l. 27, 10: l.31:: l. 18, 10 al quarto termine; e moltiplicando per 2 il primo e il terzo termine, il prezzo da fissarsi al Panno risulterà a lire 20, 17, 1 con denari 5 di residuo.

La pruova si avrà facendo la proporzione al contrario, cioè lire 18, 10: lir. 20, 17, 1:: lir. 27, 10 al quarto termine (la qual Proporzione moltiplicando per 2 come sopra, il primo e terzo termine si ridurrà alla seguente 37: l. 20, 17, 1:: 55 al quarto termine); e moltiplicando il secondo pel terzo termine con aggiungervi i 5 denari di residuo, e dividendo il prodotto lire 1147 pel primo risulteranno lire 31 come sopra.

QUESITO II. *Uno ha barattato Panno con Raso di Seta; il Panno che valeva lire 17, 10 è stato posto a lire 20, il Raso che valeva lire 5, 15 è stato posto a lire 6. 15. Domandasi chi abbia fatto cambio migliore?*

Si cerchi a quanto dovevasi porre il Raso, perchè il cambio fosse eguale, dicendo: se il Panno da lire 17, 10 fu posto a lire 20; il Raso da lire 5, 15 a quanto si aveva a mettere? e moltiplicando per 4 il primo e il terzo termine, poi operando colla solita regola, si avrà per quarto termine lire *6*, 11, 5 $\frac{10}{7}$, dal che apparirà che il Raso ha guadagnato nel baratto soldi *3*, *6* $\frac{62}{7?}$,

Questo quesito può sciogliersi ancora co-

 me

me nel confronto delle merci moltiplicando in croce il baratto del Panno lire 20 col prezzo del Raso lire 5, 15, che darà lire 115, e il baratto del Raso lire 6, 15 col prezzo del Panno lire 17, 10, che darà lire 118, 2, 6, dal che apparirà che il Raso nel baratto ha guadagnato lire 3, 2, 6 sopra lire 115.

QUESITO III. *Quante brente di Vino si dovran dare per lir. 943 $\frac{1}{4}$ di Seta, valendo la Seta a contanti lire 16, 10 la libbra, ed essendo posta in baratto a lire 19, 5, e valendo il Vino a contanti lire 21 la brenta?*

Cerchisi prima a quanto si abbia a porre il Vino, perchè il cambio riesca eguale; facendo la Proporzione lire 16, 10 : lire 19, 5 :: lire 21 al quarto termine, che sarà lire 24, 10.

Poi moltiplicando le Lib. 943 $\frac{1}{4}$ per lire 19, 5, che daranno lire 18157, 11, 3, e dividendo questo prodotto per lire 24, 10, il quoto esprimerà il numero delle brente che si ricerca. Per fare questa divisione si moltiplichi prima per 2 l' uno e l' altro numero; poi si divida il risultato lire 36315, 2, 6 per 49, e il quoto sarà Brente 741 e Boccali 12.

Pruova. Moltiplicando Brente 741 Boc. 12 per lire 24, 10, si avranno lire 18157, 11, 3 come sopra.

Quesito IV. *Essendo come sopra la Seta a lire 16, 10 in contanti, e a lire 19, 5 in baratto, e il Vino a lire 21 in contanti, domandasi a quanto si dovrà questo porre in ba-*

baratto, 1. per guadagnare il 10 per 100 sul prezzo del baratto; 2. per guadagnare il 10 per 100 sul prezzo a contanti?

Cerchisi prima, come sopra, a quanto si debba porre il Vino a baratto eguale, e questo sarà lire 24, 10.

Poi volendo guadagnare il 10 per 100 sul prezzo del baratto, si aggiunga alle lire 24, 10 il 10 per 100, ossia il decimo, che quì è lire 2, 9, e il prezzo da fissarsi al Vino risulterà a lire 26, 19.

Volendo far lo stesso guadagno sul prezzo a contanti s' aggiunga il decimo di lire 21, che è lire 2, 2, alle succennate lire 24, 10, e ne risulteranno lire 26, 12.

Quesito V. *Fu barattato Grano con Vino; il Vino che costava lire 20 fu posto a lire 24; il Grano fu posto a lire 7 più del costo, e il Proprietario guadagnò sopra il costo l' 8 per 100; domandasi quanto costasse il Grano, e a quanto sia stato posto in baratto?*

Non sapendo quì rispetto al Grano nè il prezzo del costo, nè quel del baratto, si cerchi invece qual sarebbe stato il guadagno dell' 8 per 100 sul costo del Vino, e si troverà che per ogni lire 20 sarebbesi guadagnata lire 1, 12. Aggiugnendo queste alle lire 24 il prezzo del baratto rispetto al Vino sarebbe stato lire 25, 12, e per conseguenza lir. 5, 12 più del costo.

Ciò posto si dica: se per fare il suddetto guadagno sul Vino, debbonsi aggiungere lire 5, 12 al costo lire 20; per farlo invece sul Grano le lire 7 a qual prezzo si deb-

debbono aggiugnere; e il quarto termine sarà l.25 esprimente il costo del Grano; al quale aggiugnendo le lire 7, risulterà che il Grano fu posto in baratto a lire 32.

In fatti a baratto eguale si troverà che il Grano dovevasi porre a lire 30, essendo 20 : 24 : : 25 : 30; e le lire 2 di più sono appunto il guadagno dell'8 per 100 sul costo lire 25.

Quesito VI. *Due barattano fra loro Vino con Grano; il primo mette il Vino in baratto a lire 24 la Brenta; il secondo mette il Grano a lire 7 più del costo, volendo sopra di questo guadagnare l. 8 per 100: trovasi che per ogni 8 Brente di Vino egli ha dato 6 Moggia di Grano: domandasi quanto costasse il Grano ed il Vino?*

Brente 8 a lire 24 fan lire 192.

Queste divise per Moggia 6 dan lire 32.

Il Grano adunque fu posto in baratto a lire 32, e per conseguenza levandone le lire 7 che vi sono state aggiunte, il suo costo risulterà a lire 25.

Essendosi fatto sul costo l. 25 il guadagno dell' 8 per 100, che è l. 2, il Grano adunque a baratto eguale dovevasi porre a lire 30 invece di lire 32.

Trovato questo si dica: se il Grano che doveva porsi a lire 300 costava lire 25; il Vino che fu posto a lire 24 quanto doveva costare? e il quarto termine sarà l.20.

Quesito VII. *Si baratta Seta con Panno; la Seta val lire 32 alla libbra, e in baratto si pone a lire 36, e si vuole un terzo di queste*

ſte in contanti ; il Panno in contanti val lire 24 , 10 ; *domandasi a quanto ſi dovrà porre in baratto?*

Levando da lire 36 (prezzo della Seta in baratto) un terzo che è lire 12, restano lire 24 da barattarsi.

Le steſſe lire 12, che si pagano in contanti, levate da lire 33 (prezzo della Seta a contanti) lasciano lire 21 per prezzo a contanti di quella parte di ogni libbra di Seta che si ricerca in baratto a l. 24.

Ciò poſto ſi dica: se lire 21 ſi pongono a lire 24; lire 24, 10 a quanto ſi dovran porre? e il quarto termine sarà lire 28 esprimente il prezzo a cui il Panno ſi dovrà porre in baratto.

Queſito VIII. *Barattaſi Panno con Seta; il Panno che val lire* 24 , 10 *ſi pone a lire* 28 : *a quanto ſi dovrà porre la Seta che val lire* 33 , *volendo avere in contanti un terzo del prezzo del baratto?*

Queſto queſito è oppoſto al precedente, e poſſono scambievolmente l' uno all' altro servir di pruova.

Per risolverlo convien ragionare a questo modo: Le lire 28 (prezzo del Panno in baratto) devon eſſere proporzionali a ciò che della Seta rimarrà in baratto dedotto il terzo, che sul prezzo del baratto medeſimo si pagherà in contanti. Dunque accrescendo a l. 28 la sua metà che è l. 14, il risultato l. 42 sarà ſimilmente proporzionale a tutto il prezzo del baratto della Seta.

Queste l. 14 s' accrescano al prezzo del pan-

panno in contanti, che essando lir. 25, 10 diventerà lire 38, 10, e poi dicasi: se lire 38, 10 dovrebbon porsi a lire 42; lire 33 a quanto si dovran porre? il quarto termine sarà l. 36 come sopra.

ARTICOLO II.

De' Baratti a respiro di tempo sulle merci.

PUò occorrere nei baratti che uno dia la sua merce immediatamente, e l' altro non possa darla che dopo un tempo determinato. Come si debba procedere in questi casi, si vedrà dai seguenti esempi.

Quesito I. *Si baratta Stoffa con Seta*: A *dà la Stoffa immediatamente, che a contanti val lire* 10 *il braccio, e la mette a lire* 12; B *non può dare la Seta che dopo 6 mesi, e questa a contanti val dire l.* 18. *Domandasi a quanto la dovrà mettere in baratto?*

Se le due merci si barattassero ambedue immediatamente, si farebbe la proporzione lire 10 a lire 12, come lire 18 al quarto termine, che sarebbe lire $21\frac{1}{8}$: ed in tal caso guadagnerebbero ambedue immediatamente sul lor capitale a ragione del 20 per 100 annuo, essendo lire 10: lire 12:: lire 100: per lir. 120.

Ma dovendo *A* aspettare la Seta per mesi 6, non farà più sulla sua Stoffa il guadagno di lir. 2 a ragione del 20 per 100 in un anno, ma a ragione del 20 per 100 in 18 mesi, ossia a ragione soltanto del $13\frac{1}{3}$ per 10 all' anno, essendo mesi 18: lir. 20:: Mesi 12: lir. $13\frac{1}{3}$. Per-

Perchè dunque il baratto riesca eguale, dovrà anche *B* guadagnare sulla sua Seta a ragione soltanto del $13\frac{1}{3}$, per 100 all'anno, il qual guadagno sopra lir. 18 è di lir. 2, 8.

Aggiungendo pertanto lir. 2, 8 a lir. 18, egli dovrà porre la sua Seta in baratto a lir. 20, 8.

Quesito II. *Sia invece* B *che dia la Seta immediatamente, ed* A *che aspetti a dar la Stoffa dopo 6 mesi, posto il rimanente come sopra; a quanto allora dovrà valutarsi la Seta?*

In questo caso siccome *A* guadagna sulla sua Stoffa a ragione del 40 per 100 per un anno, *B* dovrà fare sulla sua Seta lo stesso guadagno del 20 per 100 per un anno e 6 mesi. Or sopra lire 18 il guadagno del 20 per 100 in un anno è lire 3, 12, a cui accrescendo la metà avremo lire 5, 8. Si dovrà adunque porre la Seta in baratto a lir. 23, 8.

Articolo III.

De' baratti a respiro di tempo su' prezzi.

NE' baratti il prezzo talor si fissa a respiro di pagamento. Ecco di questo pure un esempio.

Quesito. *Si baratta Seta con Panno. La Seta che a contanti val lire* 18 *la libbra, si pone lire* 21 *a respiro di mesi* 8. *Il Panno che a contanti val lire* 15 *il braccio, a quanto si dovrà porre in baratto a respiro di mesi* 6?

Fac-

Facciasi la proporzione composta diretta: se lire 18 in mesi 9 guadagnano lire 3-5 lir. 15 in mesi 6 quanto guadagneranno? e il termine ricercato sarà lire 1, 17, 6, che aggiunto a lire 15, darà lire 16, 17, 6 per prezzo da fissarsi al Panno.

SEZIONE V.

Dei conti di Società, e di Riparti.

PEr *Società* s' intende l' unione di più persone che hanno o mettono in comunione denaro o merci per dividerne a proporzione il guadagno o la perdita.

Per *Riparto* s' intende la proporzionata distribuzione de' carichi o delle spese comuni sulle diverse persone a cui appartengono.

Noi uniremo sotto alla medesima Sezione i conti dell' una e dell' altra specie per l' analogia che hanno fra loro.

CAPO I.

Delle Società.

FRa le diverse specie di Società distingueremo per maggiore chiarezza 1. le Società di negozio: 2. le Società d' imprese o d' appalti: 3. le Società di concorso ne' fallimenti: 4. le Società di eredità: 5. le Società di locazioni: 6. le società rurali.

AR-

Articolo I.
Società di Negozio.

NElle Società di Negozio tre casi son da distinguersi principalmente.

1. Quando fra i Socj è eguale il tempo, e diverso il capitale.

2. Quando è uguale il capitale, e diverso il tempo.

3. Quando è diverso così il capitale, come il tempo.

In generale tutti questi Casi si risolvono con una Regola di Proporzione ripetuta tante volte, quanti sono i Socj.

In particolare poi nel 1. Caso la somma di tutti i capitali dà il primo termine di ciascuna Proporzione, il guadagno o la perdita comune dà il secondo; ogni capitale separato dà il terzo.

Nel 2. Caso la somma de' tempi dà il primo termine; il guadagno o la perdita comune dà il secondo; ogni tempo separato dà il terzo.

Nel 3. Caso si moltiplica ogni capitale pel rispettivo suo tempo, e la somma dei loro prodotti dà il primo termine; il guagno o la perdita comune dà il secondo; ogni capitale separato moltiplicato pel suo tempo dà il terzo.

Per pruova in tutti i casi si sommano le porzioni che toccano a ciascuno di guadagno, o di perdita, e si osserva se la lor somma corrisponda al guadagno, o alla perdita totale.

Ecco

Ecco un esempio per ciascheduno dei tre casi accennati.

QUESITO I. *Tre Persone han fatta contemporaneamente una società di negozio; in cui la prima* A *pose lir.* '2000, *la seconda* B. *lire* 5844, *la terza* C *lire* 7548; *il guadagno comune fu di lire* 4000: *cercasi quanto debba t ccarne a ciascuna persona a proporzione del suo capitale?*

Fatta la somma de' tre capitali, la qual sarà lire 15392 si dica: se lire 15392 han guadagnato lire 400; quanto avrà guadagnato ciascuno dei capitali *A*, *B*, *C*? e si istituiscano le tre seguenti Regole di Proporzione:

A. lir. 15392 : lir. 4000 : : lir. 2000 : *x*
B. lir. 15392 : lir. 4000 : : lir. 5844 : *x*
C. lir. 15392 : lir. 4000 : : lir. 7548 : *x*

Il quarto termine di ciascuna di queste Proporzioni indicherà quanto debba toccare a ciascuno de' Socj, vale a dire

ad *A*. lir. 519, 15 $\frac{5}{481}$
a *B*. lir. 1518, 14 $\frac{469}{481}$
a C. lir. 1961, 16 $\frac{370}{481}$

Somma lir. 4000, ———

QUESITO II. *Tre Persone hanno impiegato in un negozio un egual capitale, ma la prima* A *tenne il suo capitale impiegato per Anni* 2, *la seconda* B *per Anni* 3, *la terza* C *per Anni* 4: *essondo stato il guadagno al termine de'* 4 *Anni lire* 5400, *domandasi quanto debba averne ciascuna persona a proporzione del suo tempo?*

Qui

Quì è manifesto che tre capitali eguali impiegati l'uno per 2, l'altro per 3, l'altro per 4 anni sono lo stesso come un capital solo impiegato per 9 anni.

Fatta adunque la somma degli anni si dica: se Anni 9 hanno renduto l. 5400, quanto avranno renduto gli Anni *A*, *B*, *C*, e s'istituiscano le tre Proporzioni:

A. An. 9 : lir. 5400 : : An. 2 : *x*
B. An. 9 : lir. 5400 : : An. 3 : *x*
C. An. 9 : lir. 5400 : : An. 4 : *x*

I quarti termini indicanti le porzioni che toccano a ciascuna persona saranno:

Per *A*. lir. 1200
Per *B*. lir. 1800
Per C. lir. 1400

Somma lir. 5400

QUESITO III. A *cominciò da solo un negozio con lire* 5482; *dopo* 4 *mesi entrò* B *con lire* 3454; *dopo altri* 2 *mesi entrò* C *con lire* 2000; *alla fine dell' anno il guadagno si trovò essere di lire* 400: *quanto dovrà toccarne a ciascuno a proporzione del suo capitale, e del suo tempo?*

Dovendo quì essere il guadagno di ciascheduno in ragion composta del capitale e tempo, è chiaro doversi moltiplicare l'uno per l'altro, poichè tanto guadagnano l. 100 in 3 mesi, quanto l. 300 in 1 mese.

Or il prodotto del capitale di *A* moltiplicato pei 12 mesi che tenne il detto capitale in commercio sarà 65784; quello del capitale di *B* moltiplicato per 8 mesi sarà 27632;

27632; quello del capitale di C moltiplicato per 6 mesi sarà 12000; la somma di questi prodotti sarà 105416. S' istituiscano adunque le tre seguenti Regole di Proporzione.

A. 105416 : lir. 4000 : : 65784 : *x*
B. 105416 : lir. 4000 : : 27632 : *x*
C. 105416 : lir. 4000 : : 12000 : *x*

Fatte le tre operazioni si vedrà che aver deve per sua parte.

A. lir. 2496, 3, 4, $\frac{2840}{13177}$
B. lir. 1048, 9, 10, $\frac{6774}{13177}$
C. lir. 455, 6, 9, $\frac{4203}{13177}$

Somma lir. 4000, -, --, ----

AVVERTIMENTO. Questi Quesiti variare si possono in più maniere; il metodo però di sciogli erli dipende sempre dallo stesso principio.

Nel I. Quesito a cagion d' esempio se date le tre porzioni di guadagno *A*, *B*, *C*, e data la somma de' capitali l. 15392, si cercasse il capital di ciascuno, fatta la somma de' guadagni si direbbe. Se tutto il guadagno lire 4000 è provenuto dalla somma dei capitali lire 15392, i guadagni parziali *A*, *B*, C da quai capitali saran derivati? e fatte le tre operazioni si troverebbero i tre capitali *A* lire 2000, *B* lire 5844, C lire 5748.

Nello stesso Quesito se dato il guadagno totale lire 4000, dato il guadagno di *A* lir. 519, 15 $\frac{[illegible]}{461}$, e dati i due capitali di *B* lir. 5844, e di C lir. 7548, si cercasse il capitale di *A*, e il guadagno di *B* e C, si

si comincerebbe a sottrarre il guadagno di *A* dall' intero guadagno lire 4000, il che lascerebbe per le porzioni unite di *B* e C lire 3480 4 $\frac{476}{481}$, poi fatta la somma dei capitali *B* e *C* si direbbe : se lire 13392 (somma dei capitali *B* e C) han fruttato L. 3480, 4 $\frac{476}{481}$, quanto avrà fruttato ciascuno dei capitali *B* e C ? e si troverebbe il guadagno di *B* l. 1518 14 $\frac{156}{481}$, e quello di C l. 1961, 10 $\frac{370}{481}$. Fatto questo per trovare il capitale di *A* si direbbe se il guadagno *B* l. 1518, 14 $\frac{156}{481}$ è provenuto dal capitale l. 5844; il guadagno *A* l. 519, 15 $\frac{5}{481}$ da qual capitale sarà provenuto ? e questo troverebbesi l. 2000.

Nel II. Quesito data la somma dei tempi, e i guadagni parziali *A*, *B*, *C*, troverebbonsi i tempi rispettivi, dicendo : se la somma de' guadagni l. 5400 corrisponde alla somma dei tempi An. 9 ; i guadagni parziali *A*, *B*, *C* a quali tempi corrisponderanno?

Nello stesso Quesito dato il tempo totale, dato il guadagno di *A* e *B*, e il tempo di C si troverebbe primieramente il tempo di *A* e *B*, sottraendo il tempo C An. 4 dalla somma An. 9, poi dicendo : se la somma de' guadagni *A* e *B* l. 3000 corrisponde ad Anni 5 ; i guadagni parziali *A* e *B* a qual tempo corrisponderanno ? Che risulterebbe per *A* Anni 2, e per *B* Anni 3. Indi si troverebbe il guadagno di C, con dire : se anni 2 hanno dato il guadagno *A* lire

lire 1200; anni 4 qual guadagno debbono aver dato? che sarà l. 2400.

Nello stesso parimente dato il guadagno totale, dati i due tempi *A* e *B*, il guadagno *C*, si troverà primieramente il guadagno di *A* e *B*, sottraendo il guadagno *C* dal guadagno totale, il che lascerà lire 3000; poi dicendo: se la somma de' tempi *A* e *B* an. 5 ha renduto lire 3000; quanto deve aver renduto ciascun de' tempi *A* e *B*? che troverassi per *A* lire 1200, e per *B* lire 1800. Indi si troverà il tempo di *C*, con dire: se il guadagno *A* lire 1200 corrisponde al tempo *A* anni 2; il guadagno *C* lire 2400 a qual tempo corrisponderà? che sarà anni 4.

Nel III. Quesito se data la somma de' capitali risultante a l. 10936, e dato ciò che è toccato ad *A* per mesi 12, a *B* per mesi 8, ed a *C* per mesi 6 si cercasse il capitale che ciascuno ha impiegato, questo si troverà dividendo prima il guadagno di ciascuno pel suo tempo rispettivo, onde avere quella porzione di guadagno che ciascuno ha fatto a ragione del semplice capitale, non a ragione del tempo; poscia sommando queste porzioni di guadagno; e dicendo: se la somma di tali porzioni è provenuta dall'intero capitale lire 10936; le porzioni *A*, *B*, *C* da quai capitali saran provenute? Che saranno per *A* lire 5482, per *B* lire 3454, per *C* lire 2000.

Per non dilungarci soverchiamente tralasceremo le altre variazioni che a questo

que-

quesito si posson fare, potendo ciascuno dalle cose precedenti argomentare per se medesimo la maniera di scioglierlo in qualunque modo venga proposto.

Aggiungeremo invece per esercizio alcuni altri quesiti.

Quesito IV. "Due persone *A* e *B* formata avendo una società di negozio vi hanno impiegato *A* lire 2400.; *B* libbre di Seta 266 $\frac{2}{3}$; il guadagno di *A* è stato lire 800, quello di *B* lire 700, domandasi a quanto per libbra sia stata a *B* venduta la Seta "?

Si cerchi prima di prezzo totale della Seta, dicendo: se lire 600 son provenute da lire 2400; lire 700 da qual capitale saranno provenute? che risulterà a lire 2800. Poi dividansi queste per libbre 266 $\frac{2}{3}$ (moltiplicando prima per 3 divisore e dividendo), e daranno per quoto lire 10. 10 per ogni libbra.

Quesito V. " Fu intrapresa da quattro Negozianti una società: il primo *A* impiegò per sua parte lire 1800, il secondo *B* pose il terzo di più del primo, il terzo *C* pose un quarto più del secondo, il quarto *D* pose il quinto di più del terzo; il guadagno totale fu lire 6040; domandasi quanto debba toccarne a ciascuno "?

Aggiugnendo al cap. di *A* che è l. 1800 il suo terzo che è l. 600, risulterà il capitale di *B* a l. 2400; a queste aggiugnendo il quarto che è pur di l. 600, s'avrà il capitale di *C* l. 3000; a queste aggiugnendo il quinto che è parimente l. 600, risul-

terà il capitale di *D* a l. 3600. La loro somma sarà lire 10800.

Si dirà adunque primieramente: se lire 10800 hanno guadagnato lire 6000: quanto avrà guadagnato il capitale di *A* che è lir. 1800? Il suo guadagno si troverà esser di l. 1000. Aggiugnendovi il terzo, il guadagno di *B* riuscirà l. 1333 $\frac{1}{3}$; a questo aggiugnendo il quarto, il guadagno di *C* sarà l. 1666 $\frac{2}{3}$; a queste finalmente aggiugnendo il quinto, il guadagno di *D* sarà l. 2000; e sommati i guadagni, s' avranno appunto lire 6000.

QUESITO VI. " Tre hanno guadagnato lir. 1300, dalle quali secondo i parti fra loro stabiliti al primo *A* deve toccar la metà, al secondo *B* il 3, al terzo *C* il 4; domandasi quanto toccherà a ciascuno "?

Cerchisi colla regola insegnata a pag. 23 il minor numero che sia divisibile pei denominatori proposti 2, 3 e 4, il qual numero è 12.

Si cerchi in seguito la metà il 3 ed il 4 di 12 che è 6, 4 e 3, e se ne faccia la somma che è 13.

Poi si facciano le tre Proporzioni

13 : 1300 : : 6 alla porzione di *A* — lir.6000
13 : 1300 : : 4 alla porzione di *B* — lir.4000
13 : 1300 : : 3 alla porzione di *C* — lir.3000

Somma . . . lir.13000

AVVERTIMENTO. Per la soluzione del Quesito non è necessario di cercare precisamente il minor numero divisibile pei deno-

nominatori proposti, ma basta cercare un numero qualunque divisibile poi medesimi, e questo si trova subito moltiplicando gli stessi denominatori fra loro, che quì darebbero il numero 24. E però meglio cercare il minor numero, perchè in quella guisa le operazioni seguenti riescono più spedite.

QUESITO VII. " Due compagni han guadagnato in un negozio l. 5600; *A* tenne il capitale di l. 16000 per anni 4 $\frac{1}{2}$; *B* tenne il suo capitale per anni *6*, e di sua porzione guadagnò l. 2400, domandasi qual fosse il suo Capitale "?

Sottraendo il guadagno di *B* l. 2400 dal guadagno totale l. 5600; il guadagno di *A* sarà l. 3200.

Ciò posto si dica: se lire 3200 in anni 4 $\frac{1}{2}$ furono guadagnate da lire 16000; lire 2400 in anni *6* da qual capitale saranno state guadagnate? e poichè questa è una proporzione composta mista, perchè il guadagno è in ragion diretta, e il tempo in ragion inversa del capitale, trasportando i termini, e operando secondo le regole insegnate a pag. 65 il capitale di *B* risulterà a l. 9000.

QUESITO VIII. " Tre hanno guadagnato in un negozio l. 6000. Fatta la divisione del negozio, il primo *A* tra capitale e guadagno ebbe l. 40000, il secondo *B* l. 60000, il terzo C l. 50000. Domandasi il capitale e il guadagno separato di ciascheduno "?

La somma delle tre partite contenenti capitale e guadagno forma in tutto l. 150000.

Ciò posto facciansi le tre Proporzioni.

l. 150000 : l. 6000 : :	l. 40000 al guad. *A*	l. 1600
	l. 60000 al guad. *B*	l. 2400
	l. 50000 al guad. *C*	l. 2000
Somma . .		l. 6000

Trovati i guadagni, sottraggasi ciascono dalla rispettiva somma di capitale e guadagno; e risulteranno i tre capitali. *A* l. 38600
B l. 57600
C l. 48000

Somma dei capitali . .	l. 144000
Somma dei guadagni . .	l. 6000
Somma totale . . .	l. 150000

Quesito IX. " Nella divisione di un negozio istituito da tre come sopra si son trovate fra capitale e guadagno lire 150000; il guadagno di *A* è stato lire 1600, di *B* lire 2400, di *C* lire 2000. Domandasi il capitale di tutti insieme, e quel di ciascuno "?

Si sommino i guadagni che daran lire 6000. Queste sottraggansi da lire 150000, il capitale di tutti insieme resterà l. 144000. Poi dicasi: se il guadagno totale lir. 6000 viene dal total capitale lire 144000, i guadagni parziali *A*, *B*, *C* da quai capitali verranno? e s'avran come sopra per *A* lire 38400, per *B* lir. 57600, per *C* lir. 48000.

Quesito X. " In un negozio *A* pose l. 22000

22000, *B* Lib. 1000 di Seta a lire 20, *C* Braccia 2000 di Stoffa a lire 9; il guadagno totale fu lire 12000, il guadagno di *B* lire 4000. Domandasi il guadagno di *A* e di *C* "?

Sottraendo il guadagno di *B* lir. 4000 dal guadagno totale lire 12000, resteranno per *A* e *B* lire 8000.

Il capitale di *C* essendo Braccia 2000 a lire 9, formerà lire 18000, che unite al capitale di *A* lire 22000; faranno in tutto lire 40000.

Ciò posto si dica: se l. 40000 han guadagnato lir. 8000, quanto avran guadagnato i capitali *A* e *C* separatamente; e per *A* si avranno l. 4400, e per C l. 3600.

Quesito XI. " Due Compagni convengono di porre in un negozio l. 3200, vale a dire *A* l. 2400, e *B* l. 800 col patto che *B* debba prestarvi la principale assistenza, e al fine del negozio tutto dividere per metà. Avvenne che *A* non potè mettervi che l. 1000, e che altrettante ne pose *B*, e al fine trovaronsi lire 3500 fra capitale e guadagno. Domandasi quanto ne debba toccare a ciascuno "?

Se il total capitale fosse stato lire 3200, e ciascuno n' avesse posta la metà (come richiederebbesi a cose eguali affin di dividerne per metà il prodotto), questa sarebbe stata lire 1600 per ciascheduno. Ma *A* doveva porne lire 2400, e *B* soltanto lire 800: dunque *A* cedeva a *B* in compenso dell'assistenza lire 800 del suo capitale.

Ciò

Ciò posto si dica: se *A* mettendo lire 2400 cedeva lire 800, mettendone solo lire 100 quanto dovrà cedere? e il quarto termine sarà lire 333 $\frac{1}{3}$.

Resterà adunque il capitale di *A* l. *666* $\frac{2}{3}$, e il capitale di *B* diventerà lire 1333 $\frac{1}{3}$, che sommati insieme formano come nella proposta l. 2000.

Or facciansi le due Proporzioni: se lire 2000 son diventate lire 2500 fra capitale e guadagno; quanto dovrà toccarne ad *A* pel capitale lire *666* $\frac{2}{3}$, e quanto a *B* pel capitale lire 1333 $\frac{1}{3}$; e risulteranno di tangente al primo lire 1166 $\frac{2}{3}$, e al secondo lire 2333 $\frac{1}{3}$.

Quesito XI. " Due istituiscono un negozio per anni 4: *A* vi mette lire 3800, e *B* lir. 3000; ma col patto che per la sua maggiore assistenza debba alla fine aver la metà del tutto. Avviene che il negozio durà 3 anni soli, e trovansi fra capitale e guadagno lire 9600. Domandasi quanto dodrà toccarne a ciascuno "?

Si cerchi prima il guadagno, il qual sottraendo dalla somma totale che è l. 9600, la somma dei due capitali *A* e *B* che fanno l. 6800, risulterà a l. 2800.

Di queste ciascuno dee aver la metà, avendovi *A* contribuito col maggior capitale, e *B* colla maggior assistenza.

Se fosser compiuti gli anni 4, *B* avrebbe la metà ancor della somma de' capitali, cioè delle lire 6800, nel qual caso *A* cederebbe a *B* lire 400 del proprio capitale.

Ma

Ma essendo la società durata soltanto anni 3, per trovare qual parte del suo capitale *A* debba cedere a *B*, si dica: se per anni 4 cedeva lire 400; per anni 3 quante ne dovrà cedere? e il quarto termine si vedrà a dirittura dover essere l. 300.

Ad *A* rimarranno adunque l. 3500 di capitale, e avrà l. 1400 di guadagno; in tutto . . . . lir. 4900

B avrà lir. 3300 di capitale, e lir. 1400 di guadagno; in tutto lir. 4700

Somma . . . . lir. 9600

QUESITO XIII. "Due concertano una compagnia di negozio durabile per anni 6, col patto che *A* debba porvi l. 5000, e *B* l. 3000; ma per la sua assistenza alla fine dividere il tutto per metà. Avviene che *A* mette soltanto l. 4600, e altrettante ne mette *B*, e il negozio non dura che anni 4, dopo i quali fra capitale e guadagno si trovano l. 10000. Domandasi quanto dovrà toccarne a ciascuno "?

Quì il guadagno non può dividersi per metà; perchè i capitali non sono stati posti secondo i patti. Per trovar dunque come abbia a farsi la divisione e del capitale e del guadagno, conviene invece osservare qual diritto abbia ciascuno dei due Socj sopra la somma de' capitali che è lire 7200, e a questo diritto proporzionato la divisione della somma totale di capitale e guadagno.

Ora se *A* giusta la convenzione avesse

poste lir. 5000, e *B* lir. 3000, il total capitale sarebbe stato lir. 8000, la cui metà è lir. 4000, e per conseguenza *A* avrebbe ceduto a *B* lir. 1000 del suo capitale.

Ciò posto s' istituisca la proporzione composta diretta: Se *A* mettendo lir. 5000 per anni 6 cedeva a *B* lir. 1000, mettendone soltanto lir. 3600 per anni 4 quanto gli dovrà cedere? e il termine ricercato sarà lir. 480.

Il capitale adunque di *A* resterà lir. 3120
Il capitale di *B* diventerà . . lir. 4080

la cui somma è come sopra - - lir. 7200
Or si dica: Se col capitale lir. 7200 si son formate lir. 10000; quanto dovrà toccarne ad *A* pel capitale lir. 3120; e quanto a *B* pel capitale lir. 4080? e risulteranno per *A* lir. 4333 $\frac{1}{3}$, e per *B* lir. 5666 $\frac{2}{3}$, che insieme unite formano appunto le suddette l. 10000.

QUESITO XIV. *Due istituiscono un negozio, nel quale* A *mette lir.* 1800, *e* B *lir.* 300 *a condizione che* A *debba aver* $\frac{2}{3}$ *del guadagno, e* B $\frac{1}{3}$. *Fatto il contratto si offre un altro con lir.* 1710 *stando alla condizione di* A. *Il guadagno è risultato a lire* 2000. *Domandasi quanto dovrà toccarne a ciascuno?*

La somma dei due primi capitali *A*, e *B* è lir. 2100, due terzi di cui fan l. 1400 costituenti ora il capitale di *A*, e l' altro terzo è lir. 700 costituente il capitale di *B*. a cui per conseguenza *A* viene a cedere del suo capitale lir. 400.

Per

Per vedere quanto gli debba cedere il terzo compagno *C*, si dica: Se *A* sopra lir. 1800 cede lir. 400, *C* sopra l. 1710 quanto dovrà cedere? e il quarto termine sarà lir. 380.
Ciò posto il capitale di *A* resterà l. 1400
Il capitale di C resterà . - - l. 1330
Il capitale di *B* diventerà . - l. 1080

la cui somma sarà - - - - l. 3810
Or dicasi: Se lir. 381, han guadagnato lir. 2000; quanto avrà guadagnato *A* con lir. 1400, quanto C con lir. 1330, e quanto *B* con lir. 1080? e risulteranno
Per guadagno di *A* . . lir. 734. 18. $1\frac{263}{381}$
di C . . lir. 698. 3. $3\frac{21}{381}$
di *B* . . lir. 566. 18. $6\frac{378}{381}$

Somma - - lir. 2000

QUESITO XV. *Tre formano una società. A vi mette di capitale l.* 20000, B *l.* 15000, C *l.* 24000 *col patto, che del guadagno* A *debba avere il* 12, B *il* 10, C *il* 15 *per* 100. *Il guadagno si trova l.* 9000. *Domandasi come si abbia a ripartire?*

Moltiplicando ciascuno capitale colla sua ragione per 100, avremo
A lir. 20000 per 12 - - lir. 240000
B lir. 15000 per 10 - - lir. 150000
C lir. 24000 per 15 - - lir. 360000

Somma - - lir. 750000
Ciò posto si dica: Se lir. 750000 han guadagnato lir. 9000, quante ne avran guada-

gnato i prodotti 240000, 150000, 360000, e n' usciranno per *A* lir. 4320, per *B* lir. 1800, per *C* lir. 2880, che in tutto fanno appunto lir. 9000.

Articolo II.

Società d' imprese, e d' Appalti.

ALlorchè molti s' uniscono a far un' opera, o a prendere un appalto, la società per maggiore facilità del conteggio si suol dividere in venti parti, che pur si chiamano *soldi*, e così la spesa, come il guadagno suol ripartirsi a ragione de' soldi che ciascun prende. Qual regola in ciò si soglia tenere, apparirà dal seguente esempio.

Quesito. *Sei persone prendono un appalto in società:* A *v' entra per ss.* 6. 8, B *per ss.* 5, C *per ss.* 3. 9, D *per ss.* 2. 6, E *per ss.* 1. 8, F *per ss.* --. 5, *che in tutto fan ss.* 20; *o lir.* 1. *La spesa comune monta a lir.* 200000, *il prodotto a lir.* 300000. *Domandasi quanto tocchi a ciascuno della spesa, e del prodotto, e quanto abbiavi di guadagno?*

Per trovar quanto tocchi a ciascuno di spesa, dicasi: Se a l. 1. toccano l. 200000; ai soldi *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* quante ne toccheranno, e moltiplicando il secondo pel terzo termine avremo a dirittura

ad *A*	per ss. 6. 8	- -	lir. *66666.*	13.	3
a *B*	ss. 5. -	- -	lir. 50000.	——.	-
a C	ss. *3. 9.*	- -	lir. 37500.	——.	-
a *D*	ss. 2. *6.*	- -	lir. 25000.	——.	-
a *E*	ss. 1. 8.	- -	lir. *16666.*	13.	4
a *F*	ss. -. 5.	- -	lir. 4166.	13.	4
Somma delle spese		-	lir. 200000.	——.	-

Per trovar quanto tocchi a ciascuno del prodotto, si dica: Se a lir. 1 toccano lir. 300000; quanto ai soldi *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*? e risulteranno

ad *A*	per ss. 6. 8	- -	lir. 100000
a *B*	ss. 5. -	- -	lir. 75000
a *C*	ss. 3. 9	- -	lir. 56250
a *D*	ss. 2. 6	- -	lir. 37500
a *E*	ss. 1. 8	- -	lir. 25000
a *F*	ss. -. 5	- -	lir. 6250

Somma dei prodotti . lir. 200000

Per trovare il guadagno, dal prodotto di ciascuno si sottragga la spesa, e resteranno

Per *A*	- - -	lir. 33333. 6. 8
Per *B*	- - -	lir. 25000. -. -
Per *C*	- - -	lir. 18750. -. -
Per *D*	- - -	lir. 12500. -. -
Per *E*	- - -	lir. 8333. 6. 8
Per *F*	- - -	lir. 2083. 6. 8

Somma dei guadagni lir. 100000. -. -

AVVERTIMENTO. Se la società invece di esser formata di 20 parti, o soldi, fosse composta a cagion d'esempio di 15 parti, di cui *A* n'avesse 2, *B* 3, *C* 2 $\frac{1}{2}$, *D* 4 $\frac{1}{3}$, *E* 1 $\frac{2}{3}$, *F* 1 $\frac{1}{2}$, basterebbe allora o come nelle Società di negozio formar tante Regole di Proporzione, dicendo: Se a parti 15 toccan di spesa lir. 200000, quanto ne toccheranno alle parti *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* (e lo stesso dicasi del prodotto) ovvero dividere così la spesa come il prodotto in 15 parti, e di queste assegnarne 2 ad *A*, 3 a *B* ec.

ARTICOLO III.

Società di concorso nei fallimenti.

ANche nei fallimenti la distribuzione da farsi della rimasta sostanza fra i creditori può sempre trovarsi colle diverse Regole di Proporzione, come nelle Società di Negozio. Vi sono però alcuni metodi di abbreviazione che accenneremo.

QUESITO I. *Un negoziante viene a fallire lasciando di sostanza lir. 6000, e di debito verso A lir. 2300, verso B lir. 5700, verso C lir. 4000. Domandasi quante dovrà toccare a ciascuno a proporzione del suo credito?*

La somma dei crediti *A*, *B*, *C* forma lir. 12000. Non restando di sostanza che l. 6000, si dica: Se al total credito l. 12000 toccano lir. 6000; quante dovran toccarne ai rispettivi crediti di *A*, *B*, *C*? e risulteranno per *A* lir. 1150, per *B* lir. 2850, e per C lir. 2000, che insieme unite formano appunto lir. 6000.

AVVERTIMENTO. Invece d'avere a far tante Regole di Proporzione, quanti sono i creditori, si può anche supplire con una sola, cercando quanti soldi per ogni lira deban toccare a ciascuno. A tal fine si dica: Se alla somma de' crediti l. 12000 non toccano che lir. 6000; a lir. 1, ossia ss. 20 quanti soldi toccheranno? e il quarto termine sarà ss. 10. Moltiplicando adunque per ss. 10 i crediti *A*, *B*, *C*, ossia qui prendendone la metà, avrem come sopra per *A* l. 1150,

l. 1150, per *B* l. 2850, e per C l. 2200.

Quesito II. *Un altro fallisce lasciando di sostanza lir.* 325000, *da cui ad uno de' creditori* A *toccano lir.* 2500, *e queste corrispondon soltanto a* $\frac{2}{5}$ *del suo credito più l.* 100. *Domandasi di quanto sia stato il fallimento.*

Levando lir. 100 da lir. 2500 restano lir. 2400; di cui la metà l. 1200 sarà un quinto del credito di *A*, il quale per conseguenza risulterà a lir. 6000.

Ciò posto si dica: Se lir. 2500 vengono da lir. 6000 di debito; la sostanza lasciata lir. 325000 a qual debito corrisponde? e il quarto termine sarà lir. 78000, da cui levando lir. 32500, resteranno di debito scoperto lir. 45500.

Quesito III. *Un altro fallisce lasciando di sostanza l.* 146950, *e di debito l.* 186000 *compresi gli istromentati che portano l.*4400 *l. domandasi quanto per* 100 *ne tocchi agli altri?*

Dal debito totale lir. 186000 levando gl' istromentati lir. 44000 restan di debito lir. 242000.

Dalla sostanza lasciata lir. 146950 levando la somma lir. 44000 da pagarsi interamente agl' istromentati, restano lir. 102950.

Ciò posto si dica: Se a lir. 142000 di debito toccano lire 102950; a l. 100 quante ne toccheranno? e il quarto termine sarà lir. 72. 10 indicante che ai creditori non istromentati toccheranno lire 72. 10 per 100.

Ar-

Nascono un maschio e una femmina, e la sostanza è lir. 4900. Quanto ne avrà dunque ciascuno?

Suppongasi che alla Figlia tocchi 1 parte. Per vedere quanto debba toccarne alla Madre si dica: Se $\frac{1}{8}$ equivalgono ad 1; $\frac{5}{8}$ a quanto equivalerenno? e il quarto termine sarà $\frac{49}{24}$, ossia 1. $\frac{19}{24}$, ossia 1 $\frac{2}{3}$.

Per veder similmente quanto ne debba toccare al Figlio, si dica: Se $\frac{3}{8}$, che rispetto a lui toccar debbono alla Madre, equivalgono ad 1 $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{8}$ a quanto equivaleranno? e il quarto termine sarà $\frac{292}{72}$, ossia 2 $\frac{56}{72}$, ossia 2 $\frac{7}{9}$.

Toccheran dunque alla Figlia 1, alla Madre 1 $\frac{2}{5}$ ossia 1 $\frac{6}{9}$, e al Figlio 2 $\frac{7}{9}$, la cui somma è 5 $\frac{4}{9}$.

Dividansi adunque le lir. 4900 in parti 5 $\frac{4}{9}$, ossia (moltiplicando per 9 amendue i numeri) dividansi lir. 441000 per 9. Il quoto lir. 900 esprimerà la porzione 1, che deve toccare alla Figlia; aggiungendovi i $\frac{2}{3}$ di questa porzione, che sono lir. 600, risulteranno lir. 1500 per la Madre; raddoppiando le lir. 900, e aggiungendovi $\frac{7}{9}$ delle medesime, risulteranno lir. 2500 pel Figlio, e risulteranno in tutto lir. 4900.

Quesito III. *Uno muore ordinando nel suo testamento come nel I. Quesito. Accade che nascono due maschi, e due femmine. Come dovrà farsi la divisione posto che la sostanza sia come sopra di lir. 3000?*

Dando 1 alla prima figlia, 1 alla seconda, 2 alla madre, 4 al primo figlio, e 4 al se-

secondo, converrà dividere le lir. 3000 in 12 parti. Conseguentemente a ciascuna delle figlie toccheranno lir. 250, alla madre lir. 500, a ciascuno dei figli lir. 1000, che in tutto fanno appunto lir. 3000.

Quesito IV. *Uno lascia per testamento l. 3000 al primogenito, lir. 2000 al secondo, lir. 1000 al terzo, e l. 800 al quarto. Trovasi che la sostanza ascende in tutto a sole l. 6000. Come avrà questa a dividersi?*

La somma de' lasciti è lir. 8600. Dicasi adunque: Se invece di lir. 6800 si hanno soltanto lir. 600; invece di l. 3000, 2000, 1000, 800 quanto dovrà aversi? e risulteranno:

Al primogenito	- -	lir.	$2647 \frac{1}{17}$
Al secondo	- -	lir.	$1764 \frac{12}{17}$
Al terzo	. .	lir.	$882 \frac{6}{17}$
Al quarto	- -	lir.	$705 \frac{15}{17}$
In tutto	- -	lir.	6000 —

Articolo V.

Società di locazioni.

Se più persone prendono in affitto allo stesso tempo, e in egual porzione un podere o una casa, per trovare quanto si abbia a pagare da ciascuna, non fa bisogno che d' una semplice divisione secondo il numero delle persone.

Se la locazione è fatta al tempo stesso, ma in porzione diversa, il riparto delle spese, e dei frutti si farà secondo la porzione,

ne, per cui entra ciascuna persona, come negli appalti.

Se la porzione è eguale, ma diverso il tempo, si procederà come nel seguente esempio.

Quesito. A *prende una casa a pigione per lir. 360: dopo mesi* $3 \frac{1}{2}$ *riceve un compagno* B *col patto ch' ei paghi la sua porzione a rata del tempo: dopo altri mesi* $4 \frac{1}{2}$ *riceve un secondo compagno* C *colla medesima condizione. Domandasi alla fine dell' anno quanto conto dovrà pagare ciascuno?*

Quì è chiaro che *A* dovrà pagare l' intera rata dei primi mesi $3 \frac{1}{2}$, più la metà degli altri $4 \frac{1}{2}$, più il terzo degli ultimi 4 che rimangono a compir l' anno; *B* deve la metà della seconda rata, e il terzo dell' ultima; e *C* deve soltanto il terzo dell' ultima rata.

Per trovare ciascuna di queste rate si dica: Se per 12 mesi si pagano l. 360; quanto si pagherà per mesi $3 \frac{1}{2}$, e quanto per mesi $4 \frac{1}{2}$, e quanto per mesi 4? La prima rata sarà lir. 105, la seconda lir. 135, e la terza lir. 120.

Ad *A* toccheranno dunque l. 105; più la metà di l. 135, ch' è l. 67. 10, più il terzo di lir. 120 ch' è l. 40 in tutto lir. 217. 10
a *B* l. 67. 10 più l. 46 in tutto lir. 107. 10
a C lir. 40 - - - - - - lir. 40. —

Somma - - - - - lir. 360. —

AR-

ARTICOLO VI.

Società rurali.

Fra le Società rurali due specie principalmente occorrono a distinguersi; 1. la società di pascolo: 2. la società di bestiame comunemente chiamata *Soccita*.

La prima è quando più proprietarj di bestiami prendono un pascolo in comune; la seconda è quando un proprietario di bestiami li dà in guardia ad un Pastore per farne la divisione dopo un dato termine secondo le convenzioni che stabiliscono fra di loro.

Intorno alla prima non proporremo che due quesiti, sciogliendosi questi secondo le regole ordinarie delle altre Società. Alcun poco di più ci tratterremo nella seconda.

Società di pascolo.

Quesito I. Tre contadini prendono un pascolo in affitto per lir. 200. *A* vi fa pascolare 500 vacche, *B* 40, C 30. Quanto dovrà pagare ciascuno?

La somma delle vacche è 120. Si dica adunque: Se per vacche 120 si pagan lire 200, quanto dovrà pagare *A* per 50, *B* per 40, e C per 30? risulteranno per *A* lir. $83\frac{1}{3}$, per *B* lir. $66\frac{2}{3}$, e per C lir. 50, che in tutto fanno appunto lir. 200.

" Quesito II. *A* tolse un pascolo in affitto per lire 600; ne ricavò lir. 60 di fieno, e vi tenne a pascere pecore 124 per me-

mesi 5; nel medesimo pascolo ammise *B* con pecore 160 per mesi 3, e C con pecore 140 per mesi 4. Domandasi quanto dovrà pagare ciascuno di sua porzione?

Dalle lir. 600 levando le lir. 60 avute in fieno, restano da pagarsi lir. 540

Moltiplicando ora le pecore di ciascuno pel tempo ch'ei le ha tenute nel pascolo, avremo i seguenti prodotti

A	Pec. 124	per mesi	5	620
B	160		3	480
C	140		4	560
	Somma			1660

Si dica adunque: Se per 1660 si pagano lir. 540; quanto dovrà pagare *A* per 620; *B* per 480; C per 560? e risulteranno per *A* lir. 201 $\frac{114}{166}$, per *B* lir. 156 $\frac{24}{156}$; per C lir. 182 $\frac{28}{166}$, che in tutto formano lir. 540, a cui aggiugnendo le lir. 60 avute per fieno, ne verrà appunto l'affitto intero lir. 600.

Società di bestiame.

Quesito I. Un proprietario dà ad un pastore pecore 96 per anni 5 a condizione, che dopo questo termine s'abbia a dividere per metà il total numero delle pecore che si troveranno. Dopo anni 3, mese 1 $\frac{1}{2}$ si scioglie la società, e si trovano in tutto pecore 176. Domandasi quante dovran toccarne al proprietario, e quante al pastore?

Dalle pecore 176 levando il capitale pecore

core 96, restano di guadagno pecore 80.

Or come a questo guadagno il pastore ha contribuito le sue cure, così egli deve averne la metà secondo la convenzione, cioè pecore 40, ancorchè il termine non sia finito.

Rispetto al capitale, ch' era pecore 96 egli non può pretenderne la metà, cioè 48, ma soltanto la porzione corrispondente al tempo anni 3. 1 $\frac{1}{2}$.

Si dica adunque: Se per anni 5 ne dovea aver 48, per anni 3. 1 $\frac{1}{2}$ quante dovrà averne? e il quarto termine sarà 30.

Toccheranno pertanto al pastore pecore 40 più 30, cioè 70, e per conseguenza al proprietario pecore 106.

Quesito II. " Un proprietario dà ad un pastore pecore 120 per an. 5 $\frac{1}{2}$ alla succennata condizione di poi dividere per metà capitale, e guadagno. Dopo anni 3, gli dà altre pecore 120 per anni 7 pur colla stessa condizione. Volendo ridurre i due termini ad un solo, domandasi quando si dovrà far la divisione?

Moltiplicando le prime pecore 120 per gli anni 2 $\frac{1}{2}$ che il pastore deve tenerle ancora dopo ricevute le seconde, il prodotto sarà 300. Moltiplicando le altre 120 per an. 7, il prodotto sarà 840. La somma dei due prodotti è 1140. La somma di tutte le pecore è 240. Dividasi dunque una somma per l'altra secondo la regola degli Adequati di Tempo (pag. 128) e il quoto an. 4 mesi 9 indicherà il tempo in cui dovrà farsi la divisione. Que-

Quesito III. " Uno dà ad un pastore pecore 180 per anni 4 con patto che alla fine egli debba avere $\frac{1}{5}$ del total numero che si troverà, e il pastore ne debba avere $\frac{2}{5}$. Dopo tre anni il numero delle pecore per sinistri accidenti non imputabili a colpa del pastore si trova ridotto a 120. Volendo il padrone sciogliere la società, domandasi quante pecore debban toccare a ciascuno "?

Alcuni Aritmetici quì pretendono, che non solamente al pastore non debba toccare nessuna pecora, ma che anzi, siccome egli doveva aver l' utile di $\frac{2}{5}$ se le pecore aumentavano, così debba per $\frac{2}{5}$ risarcire il danno delle pecore mancanti, a ragione del tempo ch'ei le ha tenute. Se questa decisione però valesse, ne seguirebbe l' assurdo, che se al termine dei 4 anni il numero delle pecore si trovasse accresciuto di una sola, il pastore dovrebbe avere $\frac{2}{5}$ del tutto, e se mancante si trovasse pur di una sola, il pastore non solo non dovrebbe aver nulla, ma risarcire per $\frac{2}{5}$ il danno della pecora mancante.

Trattandosi adunque di Società, le persone associate debbono partecipare egualmente secondo le convenzioni fatte così dell' utile come del danno, qualora questo non sia imputabile a colpa particolare d' alcun de' Socj, come quì si suppone.

Affine pertanto di sciogliere il presente Quesito, si vegga prima quante pecore al termine degli anni 4 sarebber toccate al

Pa-

Pastore pei $\frac{2}{5}$ di sua porzione, se queste fosser rimaste a 180, e si troverà che sarebbono state 72. Poi formando una Proporzione composta diretta si dica: se di pecore 180 dopo anni 4 al Pastore ne toccavano 72; di pecore 120 dopo anni 3 quante avranno a toccargli? e il termine ricercato sarà pecore 36.

Quesito IV. " Un Proprietario dà ad un Pastore pecore 120, e il Pastore n'aggiunge 30 col patto di tutto dividere per metà dopo 6 anni. Accade di dover far la divisione dopo anni 4, e si trovano pecore 320. Quante ne toccheranno a ciascuno"?

Il numero delle pecore poste in società è 120, più 30, ossia 150, levando queste dal numero 320 trovato dopo i 4 anni, restano di vantaggio pecore 170, di cui al Pastore si dee la metà, che è pecore 85.

Rispetto al capitale, dovendosi questo pure dividere per metà dopo anni 6, il Proprietario verrebbe a dare in tal caso la metà del suo capitale 120 al Pastore, e a ricevere la metà del capital del Pastore, che è 30, cioè darebbe al Pastore 60 pecore, e ne riceverebbe da lui 15.

Si dica adunque: se il Proprietario dopo anni 6 del suo capitale deve dare pecore 60; quante ne dovrà dare dopo anni 4? e il quarto termine sarà $\frac{2}{3}$ di 60, cioè 40 pecore.

Si dica similmente: se il Pastore dopo anni 6 del suo capitale dee dare pecore 15; dopo anni 4 quante ne dovrà dare? e il quarto termine sarà $\frac{2}{3}$ di 15; cioè 10 pecore.

Il

Il proprietario adunque ritiene del suo capitale 80 pecore, e ne riceve 10 dal pastore che fan 90. Il pastore ritiene del suo capitale 20 pecore, e ne riceve dal proprietario 40, che fan 60.

In tutto il proprietario ha pecore 85 di guadagno, e 90 di capitale che fanno 175; e il pastore ha similmente pecore 85 di guadagno, e 60 di capitale, che fanno 145; e la somma totale delle due porzioni corrisponde esattamente al numero totale delle pecore, che si è detto 320.

Quesito V. " Un proprietario dà ad un pastore pecore 200 con patto ch' egli n'aggiunga 40, e che dopo anni 6 il tutto dividasi per metà. Al termine dei 6 anni le pecore diventano 500, ma il proprietario viene a sapere che il pastore non n'ha aggiunta nessuna. Quante dovran toccarne a ciascuno "?

Quì dee vedersi a qual numero sarebber giunte le pecore, se il pastore fosse stato fedele al contratto, e la metà di questo numero dee darsi al proprietario, essendo giusto che nei contratti il pregiudizio sia a carico di chi manca, non di chi gli adempie per sua parte esattamente.

Si dica adunque: se pecore 200 son diventate 500; pecore 240 quante sarebbono diventate? e il quarto termine sarà 600, di cui la metà è 300.

Darannosi adunque pecore 300 al proprietario, e resteranno al pastore quelle che avanzano delle 500 trovate, cioè 200.

Que-

Quesito VI. "Uno dà in società pecore 100 col patto che il pastore n' aggiunga 20, e dopo 4 anni il tutto dividasi per metà. Dopo 3 anni si trovano pecore 170, e si sa che il pastore non ne ha aggiunte che 10. Volendosi far la divisione domandasi quante ne debban toccare a ciascuno "?

Cerchisi prima come sopra a qual numero sarebber giunte le pecore in 3 anni, se il pastore fosse stato fedele al contratto, dicendo: se pecore 110 son divenute 170; pecore 120 quante sarebbono divenute? e il quarto termine sarà $185 \frac{5}{11}$, dalle quali levando il capitale 120, resterebbero di guadagno $65 \frac{5}{11}$, di cui al proprietario deve toccar la metà che è $32 \frac{8}{11}$.

Rispetto al capitale si cerchi quanto ne toccherebbe al proprietario, e quanto al pastore, se questi fosse stato esatto alla convenzione, operando come nel Quesito IV.

Si dica adunque: se il proprietario dopo anni 4 dovea dare al pastore la metà di 100 che è 50; quanto gli dovrà dare dopo anni 3? e il quarto termine sarà $37 \frac{1}{2}$, sicchè a lui ne resteranno $62 \frac{1}{2}$.

Si dica di nuovo: se il pastore dopo anni 4 dovea dare al proprietario la metà di 20 che è 10; quanto gli dovrà dare dopo anni 3? e il quarto termine sarà $7 \frac{1}{2}$.

Riassumendo adunque, il proprietario dovrà avere per sua porzione del guadagno pecore $32 \frac{8}{11}$, per porzione del proprio capitale pecore $62 \frac{1}{2}$, per porzione del capital del pastore pecore $7 \frac{1}{2}$. In tutto pecore

re 102 $\frac{3}{11}$; e per conseguenza al pastore dovran rimanere 87 $\frac{8}{12}$, che insieme unite fan 170.

Non è quì necessario l'avvertire, che per compensare le due frazioni, o il proprietario si prenderà pecore 103 pagando $\frac{9}{11}$ del valor d'una pecora al pastore, o questi ne riterrà 68, pagandone gli $\frac{8}{11}$ al proprietario.

CAPO II.

Dei riparti.

I Conti di Riparti accadono ogni volta, che fra più corpi di società, o fra più persone particolari abbia a dividersi una spesa comune secondo diverse proporzioni. Questi pur servono per fissare la distribuzione dei pubblici carichi.

Ma questa distribuzione non dappertutto ragguagliasi allo stesso modo. Dove si fa a ragione dei fuochi, o delle famiglie che compongono una Comunità, dove a ragione degl'individui, o delle teste, dove a ragione delle staja di Sale che si consumano, o delle lire e soldi di Censo, o dei Cavalli di Tasso ec.

Nella Lombardia Austriaca i carichi sogliono per lo più ripartirsi a ragione degli Scudi d'Estimo, ossia di Censo.

Noi proporremo gli esempj di alcuni di questi riparti, da cui potrannosi gli altri argomentare.

Quesito I. " In una Comunità devonsi pagare per soldi a porzioni 17, 8 di

 cen-

censo l. 1018 , 5 , 3 ; si domanda quanto ne debba toccare a ciascuno de seguenti cotizzati, cioè ad *A* per soldi 6, 9, a *B* per soldi 9, 4, a *C* per denari 10, a *D* per denari 9 " ?

Si vegga prima quanto delle suddette lire 1018. 5, 3 tocchino a ciascun soldo di censo, dividendole per li proposti soldi 17, 8; ossia per togliere al divisore gli 8 denari che son $\frac{2}{3}$ d'un soldo, moltiplicando prima per 3 l'uno e l'altro numero, e dividendo poi le lire 3053, 15, 9 che ne risultano per soldi 53. Il quoto sarà l. 57, 12, 9.

Fatto questo si dica: se ad 1 soldo toccano lire 57, 12, 9; quanto dovrà toccare ad *A* per soldi 6, 9, a *B* per soldi 9, 4, a *C* per denari 10, a *D* per denari 9?

Quì essendo 1 il primo termine, è chiaro che basterà moltiplicare successivamente il secondo pei terzi termini *A*, *B*, *C*, *D*; e i lor prodotti daranno di mano in mano quello che tocca a ciascuno.

Per avere i prodotti con maggiore esattezza quì abbiamo cercato quanto tocca a ciascuno non solamente in lire, soldi, e denari, ma anche in dodicesimi di denaro, moltiplicando i residui denari per 12.

I risultati sono adunque, che a ragione di l. 57, 12, 9 per soldo toccano

ad *A*	per ss. 6,	9	.	lir.	389, 1, -, 9
a *B*	per ss. 9,	4	.	lir.	357, 16, -, -
a *C*	per ss. -,	10	.	lir.	48, —, 6, 6
a *D*	per ss. -,	9	.	lir.	43, 4, 6, 9
	Somma		. .	lir.	1018, 5, 3,

Quesito II. " E stata fatta un' opera pubblica che è costata l. 84750; a questa spesa il Principe concorre per un terzo; il rimanente deve pagarsi da 5 Comunità a ragione de' loro fuochi. Ora la Comunità *A* è di 248 fuochi, *B* di 596, *C* di 712, *D* di 438, *E* di 456. Domandasi quanto tocchi a ciascun fuoco, e quanto a ciascuna Comunità "?

Dalle l. 84750 si levi prima il terzo che è l. 28250, e che tocca al Principe. Resteranno a carico delle cinque Comunità l. 56500.

Per vedere quanto ne tocchi ad ogni fuoco, si faccia la somma di tutti i fuochi, che sarà 2450. Per questo numero si dividano le lir. 56500, e toccheranno a ciascun fuoco lire 23, 1, 2 con $\frac{1700}{2450}$ di residuo, che schizzato, o ridotto ai minimi termini dà $\frac{34}{49}$.

Moltiplicando ora le lire 23, 1, 2 $\frac{34}{49}$ pel numero dei fuochi di ciascuna Comunità, si vedrà quanto tocchi a ciascuna.

Volendo schivare il calcolo delle frazioni, ed aver tuttavia dei prodotti, che al vero si accostino senza lasciare un error sensibile, si moltiplichi il residuo 1700 per 12, e continuando la divisione s'avranno 8 dodicesimi d'un denaro con altro residuo 800. Questo pur si moltiplichi per 12, e seguitando la divisione s'avranno 3 dodicesimi di un dodicesimo di denaro col residuo 2150. Volendo andar più oltre, si moltiplichi anche questo per 12, e dividendo s'

 avran-

avranno 11 dodicesimi di un dodicesimo di dodicesimo di denaro col residuo 50 che per la sua tenuità sicuramente potrà trascurarsi.

Ad ogni fuoco adunque toccheranno lire 23, 1, 2, 8, 3, 11; e moltiplicando questo numero pei fuochi *A* 248, *B* 566, *C* 712, *D* 438, *E* 455 (col prendere successivamente in parte di 12 pei dodicesimi, e dodicesimi di dodicesimi ec. di denaro) risulteranno le tangenti delle diverse Comunità nel modo seguente, ommesse le ultime minime frazioni:

ad *A* per fuochi 248 l. 5719, 3, 8, --, --
a *B* per fuochi 566 l. 13744, 9, 9, 6, 6,
a *C* per fuochi 712 l. 16419, 11, 10, --, --
a *D* per fuochi 438 l. 10100, 16, 3, 11, --
a *E* per fuochi 456 l. 10515, 18, 4, 4, --

Somma l. 56499, 19, 11, 9, 10

Dove si scorge che alle lire 56500 non mancano che $\frac{2}{12}$ d'un denaro, e $\frac{2}{12}$ d'un dodicesimo di denaro.

In pratica però basterà comunemente il moltiplicare per 12 il primo residuo dei denari per avere i dodicesimi di questi, i quali moltiplicati pel numero dei fuochi porteranno i denari da aggiungersi alla tangente d'ogni Comunità, in maniera da accostarsi bastantemente alla vera somma totale.

AVVERTIMENTO. Molti per risparmiare anche questa fatica invece di calcolare il residuo, aggiungono al quoto suddet-
to

to un denaro intero considerandolo per l. 23, 1, 2 invece di l. 23, 1, 3 $\frac{1700}{2450}$; ma la somma totale riesce allora necessariamente maggior del vero, e ciò più o meno secondo il maggiore o minor numero dei fuochi.

QUESITO III. *Quattro Comunità devono pagare la riparazione d'un Ponte, che è costata l. 4191: ma la porzione di ciascuna debb' essere in ragione inversa della distanza. Or* A *è distante dal Ponte miglio* 1 $\frac{1}{4}$, B 2 $\frac{3}{4}$, C 3 $\frac{1}{2}$, D 5. *Domandasi quanto debba toccare a ciascuna?*

Si risolvano prima le dette distanze in frazioni; e avremo $A\ \frac{5}{4}$, $B\ \frac{11}{4}$, $C\ \frac{7}{2}$, $D\ \frac{5}{1}$.

Dovendo le porzioni di spesa essere in ragione inversa di queste frazioni, per renderle in ragion diretta, basta rovesciare le frazioni medesime, scrivendo i denominatori al luogo de' numeratori, e questi al luogo di quelli (infatti la proporzione inversa $\frac{1}{2} : 6. : \frac{1}{4} : 12$ si rende diretta collo scrivere invece $\frac{2}{1} : 6 : : \frac{4}{1} . 12$ ossia $2 : 6 : : 4 : 12$). Con ciò avremo $A\ \frac{4}{5}$, $B\ \frac{4}{11}$, $C\ \frac{2}{7}$, $D\ \frac{1}{5}$.

Si riducano queste frazioni al medesimo denominatore, tralasciando per abbreviar l' operazione quei numeri che dovrebbonsi moltiplicare tanto in ciascun numeratore, quanto nel denominatore comune, come è quì il primo denominatore 6. Con questo avremo $A\ \frac{308}{385}$, $B\ \frac{530}{385}$, $C\ \frac{110}{385}$, $D\ \frac{77}{388}$ la somma de' quali sarà $\frac{635}{385}$.

 Do-

Dopo ciò s'istituiscano quattro proporzioni dirette levando dappertutto il comun denominatore, come quantità eguale in tutti, e dicendo: se alla somma 635 toccano l. 4191; quanto ne toccherà ad *A* per 308, a *B* per 140, a *C* per 110, a *D* per 77 [illegible] e s'avranno i seguenti quoti:

ad *A* . . .	lir. 2032,	16
a *B* . . .	lir. 924,	—
a *C* . . .	lir. 726,	—
a *D* . . .	lir. 508,	4
Somma . . .	lir. 4191,	—

Per farne la pruova si confronti A con B, B con C, C con D, e le porzioni di ciascuna si troveranno esattamente in ragione inversa della loro distanza del Ponte.

Quesito IV. " Le stesse quattro Comunità per risarcimento d'una parte del detto Ponte debbon pagare l. 7365, 12, e vuolsi che la tangente di ciascuna Comunità sia in ragion diretta dei fuochi, e in ragion inversa delle distanze. Ora A è di 520 fuochi, B ne ha 660, C 632, D 600; e le distanze ridotte a frazioni son, come sopra, per A $\frac{5}{4}$ di meglio, per B $\frac{11}{4}$, per C $\frac{7}{2}$, per D $\frac{5}{1}$. Domandasi quanta parte di spesa debba toccare a ciascuna Comunità "?

Per rendere le porzioni di spesa in ragion diretta anche delle distanze, si rovescino come sopra le frazioni, che diventeranno per A $\frac{4}{5}$, per B $\frac{4}{11}$, oer C $\frac{2}{7}$, per D $\frac{1}{5}$.

Poi si moltiplichin per queste distanze, ossia per queste frazioni i numeri rispettivi de

dei fuochi (moltiplicando ciascun numero dei fuochi pel numeratore della frazione, e dividendolo pel denominatore); e avremo

A	migl. $\frac{4}{5}$	per fuochi 520	=	416
B	$\frac{4}{11}$	—— 660	=	240
C	$\frac{2}{7}$	—— 632	=	180 $\frac{4}{7}$
D	$\frac{1}{5}$	—— 600	=	120
		Somma . .		956 $\frac{4}{7}$

In seguito s' istituiscano quattro Regole di proporzione dicendo: se alla somma 956 $\frac{4}{7}$ toccano lire 7365, 12; quante ne toccheranno ad A per 416, a B per 240, a C per 180 $\frac{4}{7}$, a D per 120? e s' avranno i seguenti quoti:

ad A	lir. 3203,4
a B	lir. 1848,—
a C	lir. 1390,8
a D	lir. 924,—
Somma . .	lir. 7365,12

QUESITO V. " Una Comunità è censita in Scudi d' estime 79923, l. 3, sol. 5. Di questi ne possiede A Sc. 21107, 3, 1; B Sc. 14908, 2, 6; C Sc. 24712, 4, 5; D Sc. 19194, 5, 1. Or dovendosi 1. per carico prediale pagare den. 25 per ogni Scudo, domandasi quanto ne toccherà a ciascun possessore, e quanto a tutta la Comunità; 2. dovendosi per le spese comunali pagare una sovrimpesta di den. 1 $\frac{1}{4}$ per ogni Scudo, domandasi parimente quanto ne toccherà a ciascun possessore, e quanto ne entrerà nella Cassa comunale "?

 Quì

Quì per la 1. Parte non fa d'uopo che moltiplicare gli Scudi d'estimo di ciascun possessore per den. 25; e per la 2. Parte moltiplicarli per den. 1 $\frac{1}{4}$, onde vedere quanti denari toccano a ciascuno; poi ridur questi in lire, e formarne le somme, onde rilevare a quanto monti in tutto il carico prediale, e a quanto la sovrimposta. Operando con questa regola si avranno i seguenti risultati.

Poss	Estimo	Carico Prediale	Sovrimpos.
A	Sc.21.07,3, 1	l.2198, 14, —	l.109,18, 8
B	14908,2, 6	1552, 19, 3	77,12,11
C	24712.4, 5	2574, 4, 11	128,14, 2
D	19184,5, 1	1990. 9, 3	99,19, 5
Som	Sc.79923.3, 5	l.8325, 7, 5	l 416, 5, 2

Quesito VI. " Trovasi la stessa Comunità aggravata dal debito di l. 4919, 17, 3, che deve ripartirsi nei suddetti 4 possessori. Domandasi quanto ne toccherà a ciascuno "?

Quì convien prima cercare quanto ne tocchi per ogni Scudo d'estimo, dividendo l. 4919, 17, 3 per gli Scudi 79929, 3, 5, che forman l'estimo totale della Comunità.

Per far questa divisione 1. convien ridurre il divisore a un numero solo; il che si otterrà con moltiplicarlo prima per 6, giacchè ogni Scudo val l. 6, indi o per 4, o per 8, giacchè soldi 5 sono $\frac{1}{4}$, o $\frac{2}{8}$ di una lira. Facendo la moltiplicazione per 6, e per

e per 8 il divisore diventerà 3836333.

2. Convien moltiplicare per gli stessi numeri 6, e 8 il dividendo, che diventerà l. 236153, 8.

3. Convien ridurre il dividendo a denari, che saranno 56676816.

4. Il primo quoto della divisione sarà den. 14 col residuo 2968154.

5. Ma siccome il quoto deve poi moltiplicarsi per gli Scudi d' estimo di ciascun possessore, onde veder ciò che tocca a ciascuno; così è necessario, che quello quoto o sia esatto, o almeno s' approssimi all' esattezza in maniera che non possa nascere error sensibile. Perciò si cominci a moltiplicare il suddetto residuo per 24, e continuando la divisione avrem nel quoto $\frac{18}{24}$ di denaro; poi il nuovo residuo 2181802 si moltiplichi ancora per 24, e seguitando la divisione verranno altri $\frac{13}{24}$ di un ventiquattresimo di denaro; il nuovo residuo 2488519 si moltiplichi anch' esso per 24, e proseguendo la divisione, avrem nel quoto altri $\frac{15}{24}$ del precedente ventiquattresimo; il residuo 2179461 che ancor rimane si moltiplichi per 16, e colla nuova divisione avrem nel quoto $\frac{9}{16}$ del precedente ventiquattresimo con altro residuo di 344379, che essendo meno di un centesimo di sedicesimo di ventiquattresimo ec. di denaro, potrà con sicurezza trascurarsi.

Il quoto adunque esprimente ciò che tocca ad ogni Scudo d' estimo, sarà den. 14 $\frac{18}{24}$ $\frac{13}{24}$ $\frac{15}{24}$ $\frac{9}{16}$ che per più comodo si scriverà

verà den. 14, 18, 13, 15 $\frac{9}{16}$: e moltiplicando per questo gli scudi d' estimo di *A*, *B*, *C*, *D* (prendendo per 18, 13, e 15 le parti aliquote di 24, e pei $\frac{9}{16}$ le parti aliquote di 16) si troveranno i denari che toccano a ciascuno, i quali ridotti in lire daranno i risultati seguenti:

Possessori	Estimo	Tangente di spesa
A	Sc. 21107,3,1	lir. 1299, 6, 3
B	14908,2,6	917, 14, 5
C	24712,4,5	1521, 4, 10
D	19194,5,1	1182, 11, 6
Somme	Sc. 79923,3,5	lir. 4919, 17, –

Dove alla giusta somma l. 4919, 17, 3 non mancano che 3 denari.

Volendo risparmiare il lungo calcolo che ciò richiede, potrà il primo residuo valutarsi qualche cosa di più del vero, per esempio a $\frac{19}{24}$ moltiplicando per gli Scudi d' estimo per den. 14 $\frac{19}{24}$, e osservando di quanto la somma totale con ciò s' accresca sopra del vero, per detrarlo a proporzione dai risultati.

Quesito VII. "Quattro Utenti di un Canale irrigatorio debbon pagare per riparazioni, ed altre spese l. 7000. Essi godon dell' acqua di questo Canale nel giro di giorni 4 colla seguente proporzione".

A no

A ne gode	Once 3	per	Ore	18
B ———	On.	$3\frac{1}{4}$	—	Or. 20
C ———	On.	$4\frac{1}{2}$	—	Or. 26
D ———	On.	1	—	Or. 32

Domandasi quanta parte della spesa debba toccare a ciascuno "?

Moltiplicando le rispettive Once d'acqua per le Ore, avremo:

A On.	3	per Ore	18 =	On. 54
B ——	$3\frac{1}{4}$	————	20 =	65
C ——	$5\frac{1}{2}$	————	26 =	117
D ——		————	32 =	32
Somma . . .				On. 268

Dopo questo si dica: se per On. 268 si pagano lire 7000; quanto pagherà *A* per 54, *B* per 65, C per 117, *D* per 32? e risulteranno:

Per *A* . .	lir. 1410,	8,	11	$\frac{124}{268}$
B . .	lir. 1697,	15,	2	$\frac{184}{268}$
C . .	lir. 3055,	19,	4	$\frac{224}{268}$
D . .	lir. 835,	16,	5	$\frac{5}{268}$
Somma . .	lir. 7000,	—,	—,	—

F I N E.

INDICE

Della II. Parte dell' Aritmetica.

Ca-

SEZIONE II.

Delle Regole di Proporzione.

SEZIONE III.

De' Conti di annualità, e d' interessi.

SEZIONE IV.

Dei Conti Mercantili.

Fine della Seconda Parte.